4) هل يبقى قانون ارخميدس محققاً في مصعد:

أ- إذا تحرك المصعد بتسارع $g/2$؟

ب- إذا سقط بصورة حرة؟

5) إلى أي ارتفاع تقريباً سيرتفع الزئبق في مقياس ضغط موجود في قمر صناعي يبعد عن الأرض 6400km؟

6) تسبح البطة على الماء لأنها تغطى ريشها بالدهون. فسر كيف أن زيادة التوتر السطحي يمكن البطة من السباحة؟

7) أحسب كتلة الهواء في غرفة حجمها $6,8 \times 3,4 \times 2,8m^3$؟

8) إذا كانت كتلة قنينة فارغة 31,20g وعندما نملأها بالماء تصبح كتلتها 98,44g. وعندما نملأها سائل آخر تصبح كتلتها 88,78g. أحسب الكثافة النسبية لهذا السائل؟

9) قدر ضغط الهواء على قمة إيفرست في حبال هيمالايا (8850m فوق سطح البحر)؟

10) ما هي القوة التي يؤثر فيها الماءعلى سد مستطيل ارتفاعه 75m وعرضه 120m عندما يمتلأ حوض ماء السد إلى الأعلى؟

11) ما هو أصغر ضغط إضافي في خرطوم ماء والذي يمرر الماء من الأسفل إلى البناء كي تعطي الحنفية ماء في الطابق 12 على ارتفاع 40m؟

12) عند انقباض البطين الأيسر للقلب يُدفع الدم في الجملة الدورانية للدم. لو اعتبرنا المساحة الداخلية لسطح البطين تساوي $85cm^2$, أما الضغط الأعظمي للدم فيساوي 120mmHg, أحسب القوة الكلية الجارية في عضلات البطين عندما يكون الضغط أعظمياً؟

13) إذا كان الضغط الإضافي في كل من الدواليب الأربعة لسيارة كتلتها 1800kg يساوي $210kN/m^2$. ما هي مساحة اتصال كل من الدواليب الأربعة مع سطح الأرض؟

14) ما هو ارتفاع عامود الكحول في مقياس الضغط عند الضغط الجوي النظامي؟

15) إذا كان الضغط الإضافي على رافعة هيدروليكية يساوي 16atm. ما هي الكتلة العظمى للسيارة القادرة على رفعها إذا كان قطر المكبس في إسطوانة العمل يساوي 17cm؟

16) أحسب قوة الدفع المؤثرة في الجو على خزان ماء حجمه $4700m^3$؟

17) قطعة من الخشب كتلتها 0,40kg تطفو في الماء لكنها تغرق في الكحول ($\rho_{\text{كحول}} = 790kg/m^3$) حيث تكون كتلتها في الكحول 0,020kg. أحسب كثافة هذه القطعة الخشبية؟

18) أحسب قوة التوتر السطحي γ للسائل, إذا كانت القوة اللازمة لإزاحة الجهة المتحركة للإطار (L=0,075m)؟

19) بيّن أنه يوجد داخل فقاعة الصابون ضغط إضافي $\Delta P = 4\gamma/R$. حيث$R-$ نصف قطر الفقاعة, أما $\gamma-$ فهو التوتر السطحي.

الفصل الثاني

الاهتزازات

The vibrations

1-2- مقدمة :

الحركة الدورية هي الحركة التي يعود فيها الجسم إلى مواقع محددة بعد زمن ثابت ومثال ذلك حركة الأرض حول الشمس وتعاقب الفصول خلال أزمنة محددة , وحركة القمر حول الأرض خلال الشهر القمري . إن كثيراً من الأجسام قادرة على الاهتزاز أوالتذبذب , إن الحمل المعلق في نهاية نابض والرنانة ورقاص الساعة والبندول والمسطرة البلاستيكية والمثبتة بقوة على نهاية المنضدة وأوتار الغيتار والبيانو. إن العنكبوت تكتشف الفريسة التي تقع في مصيدتها نتيجة لاهتزازاتها. إن الجسم الخارجي للسيارة يهتز إلى الأعلى والأسفل على نوابض عندما تسير السيارة في مكانٍ وعرٍ, إن البيت والجسر يهتزان عند مرور شاحنة ضخمة وكذلك عند عواصفٍ شديدةٍ.

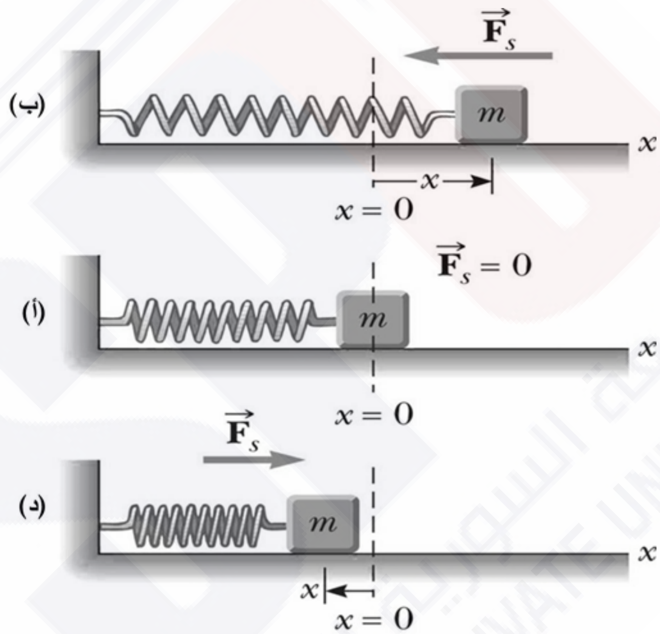
وبصورة عامة فإن الأجسام الصلبة ومرونتها هي مواد قابلة للاهتزاز (ولفترة قصيرة) وبعد ذلك كيف يؤثر عليها نبض القوة. تحدث الاهتزازات الكهربائية في الراديو وفي التلفزيون. وعلى مستوي الذرات فالذرات تهتز في جزيئاتها , وعلى مستوي الجسم الصلب فتقوم الذرات بالاهتزاز بالنسبة لموضعها المحدد بالشبكة البلورية. إن الحركة الاهتزازية تمتلك أهمية كبيرة بما أنها منتشرة بصورة واسعة ونصادفها في كثير من أقسام الفيزياء. ويجب علينا ألا ندرسه كقسم خاص لأن ميكانيك نيوتن يصف الاهتزازات الميكانيكية بصورة تامة.

هناك حالة خاصة من الحركة الدورية تحدث للأنظمة الميكانيكية تكون فيه القوة الميكانيكية تتناسب طرداً مع موضع الجسم بالنسبة لنقطة اتزان ما , وفي هذه الحالة تعرّف الحركة الدورية بأنها حركة توافقية بسيطة simple harmonic motionوالدراسة اللاحقة ستعتبر أن الحركات الميكانيكية هي حركة دورية توافقية بسيطة.

1-2-1- حركة جسم معلق بنابض :

عند الكلام عن اهتزاز أو تذبذب الجسم نحن نقصد تكرار حركته ذهاباً وإياباً على نفس المسار. وبكلمات أخرى تعتبر الحركة دورية. والمثال البسيط على الحركة الدورية هو اهتزاز ثقل في نهاية نابض. وأشكال كثيرة أخرى للحركات تظهر سلوكاً متماثلاً مع الاهتزازات ولذلك سندرس هذا المثال بصورة مفصلة. سنعتبر أن كتلة النابض يمكن إهمالها والنابض موضوع بصورة مستوية كما هو موضح على الشكل (1-2-1أ). وفي إحدى نهايتي النابض ثبت جسم كتلته m والذي يتحرك بصورة مستوية دون احتكاك على سطح مستوٍ. إذا اعتبرنا في البدء أنالنابض ذو

الطولالمحدد دون أي شد أو ضغط وعند هذا الطول لا يؤثر النابض بأية قوة على الثقل ويقال عند ذلك أن النابض يقع في حالة توازن. وإذا حركنا الثقل إلى اليمين يتمدد النابض وإلى اليسار ينضغط النابض أي أن النابض يؤثر على الثقل بقوة تحاول إعادته إلى وضع توازنه , وتسمى هذه القوة بقوة الإرجاع .



ومن أجل هذه الجملة فإن قوة الإرجاع F تتناسب طرداً مع المسافة x التي ينضغطها أو يتمددها النابض الشكل (1−2−1ب) .

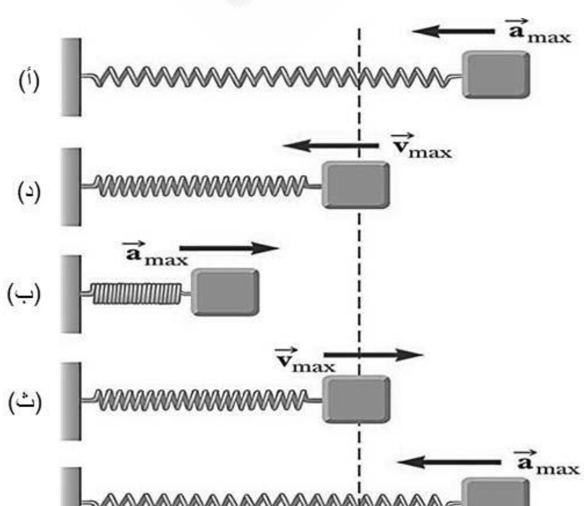
$F = -$

إن العلاقة (1-2-1) تبقى صحيحة حتى ينضغط النابض بحيث لفائفه تصبح متلامسة أو يتمدد النابض مسافة تزيد عن حد مرونته الشكل (1−2−1). إن الإشارة السالبة تشير إلى أن

الجامعة السورية الخاصة
SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

قوة الإرجاع دائماً بعكس اتجاه الإزاحة x. فعلى الشكل (1–2–1) لو وجهنا المحور إلى اليمين مثلاً هذا يعني أنه عند تمدد النابض ستكون x موجبة أما قوة الإرجاع F ستتجه إلى اليسار. نلاحظ أن موضع التوازن تم أختياره في النقطة $x = 0$. وعندما ينضغط النابض ستتجه القوة إلى اليمين الشكل (1–2–1ب). إن الثابتة K في المعادلة (1-2-1) تسمى ثابتة صلابة(صلادة) النابض. ومن أجل جعل النابض يتمدد إلى مسافة x من الضروري تقديم قوة خارجية تساوي على الأقل$F = +Kx$, كلما كبرت قيمةKكلما كبرت القوة اللازمة لتمديد النابض نفس المسافة.

ولنتساءل الآن ماذا يحصل فيما لو تمدد النابض إلى مسافة $x = A$ كما هو مبين على الشكل (1–2–2أ) ومن ثم نتركه؟ إن النابض يؤثر على الثقل بقوة والتي تحاول إعادته إلى وضع توازنه وبسرعة كبيرة. تسمى هذه القوة بـ قوة الارجاع restoring force نلاحظ أنه في وضع التوازن إن القوة المؤثرة على الثقل أو الحمل تقل حتى الصفر, أما سرعته فتكون عظمى الشكل (1–2–2د) وعندما يغادر الثقل وضع التوازن ويتحرك إلى اليسار فإن القوة المؤثرة من النابض تبطئه وعند النقطة $x = -A$ يتوقف الثقل لحظياً الشكل(1–2–2ب) ومن ثم يتابع حركته وبجهة معاكسة الشكل (1–2–2) حتى يصل إلى النقطة $x = A$. الشكل (1–2–2د) وهي النقطة التي بدأ عندها الحركة . ومن ثم كل هذه العملية تتكرر.



ومن أجل دراسة الحركة الاهتزازية من الضروري إدخال بعض المصطلحات.إن المسافة xالتي يُبعد فيها الجسم عن موضع توازنه في اللحظة الزمنيةt تسمى الإزاحة.إن المسافة العظمى للإزاحة عن وضع توازن الثقل تسمى السعة ويرمز لها بالرمز A. إن الحركة من أي نقطة بدائية حتى العودة إلى هذه النقطة (على سبيل المثال من النقطة $x = A$ حتى $x = -A$ وبالعكس حتى$x = A$) تسمى بالاهتزازة التامة. نعرف الدور Tبالزمن الذي يتحقق خلاله اهتزازة تامة. وأخيراً التواتر f يعين بعدد الاهتزازات التامة في الثانية الواحدة. ويقدر التواتر بواحدة الهرتز HZ :دورة واحدة في الثانية = $1HZ.1HZ = 1s^{-1}$.

ومن هنا نجد :

$$f = \frac{1}{T} \quad ,$$

على سبيل المثال إذا كان التواتر يساوي $5HZ$ هذا يعني أن دور الاهتزاز يساوي $\frac{1}{5}s$.

إن اهتزاز نابض معلق شاقولياً لا يختلف عن النابضالمهتز بشكل أفقي. ونظراً لتأثير قوة الثقل فإن طول النابض الشاقولي في وضع توازنه ستكون أكبر منه فيما لو وضع بصورة مسطحة. غير أنه إذا حسبنا الإزاحة بدأً من وضع توازنه الجديد فالعلاقة (1-2-1) لهذا النابض يمكن استخدامها دون تغيير قيمة K (البرهان على ذلك نتركه للطالب في المسألة الآتية في نهاية هذه الفقرة).

1-2-2- التمثيل الرياضي للحركة التوافقية البسيطة:

Mathnatical representation of simple harmonic motion:

إن أي جملة مهتزة والتي فيها قوى الإرجاع تتناسب طرداً مع الإزاحة مأخوذ بإشارة معاكسة (على سبيل المثال $F = -Kx$ في العلاقة (1-2-1)) تنجز اهتزازات توافقية أو هرمونية.

إن مثل هذه الجملة عادة تسمى الاهتزازات الهرمونية التوافقية. وسنقوم باشتقاق معادلة رياضية تصف هذا النوع من الحركة معتمدين على قوانين الميكانيك النيوتني التقليدي.

لنعَين كيف تتغير الإزاحة x تبعاً للزمن. نستخدم قانون نيوتن الثاني $\vec{F} = \overrightarrow{ma}$. وبما أن التسارع يعطى بـ $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ يمكن عندها كتابة قانون نيوتن الثاني على الشكل التالي:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} =$$

حيث m كتلة الجسم المهتز. ويمكن إعادة ترتيب العلاقة على الشكل :

نعبر عن النسبة $\frac{K}{m}$ بـ المقدار ω^2 (نستخدم ω^2 بدلاً من ωلجمل الحل النهائي الذي سنصل إليه وذلكللسهولة) ومنه $\omega^2 = \frac{K}{m}$ والمعادلة الأخيرة يصبح لها الشكل :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2$$

المعادلة (1-2-3b) هي معادلة حركة للمهتز الهرموني التوافقي, وتعين هذه المعادلة في الرياضيات معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية.

يجب علينا أن نبين ما هو التابع الزمني $x(t)$الذي يحقق هذه المعادلة, هذا الحل يمثل تغير موقع الجسم مع الزمن. وبحيث يكون مشتقه الثاني هو المعادلة الأصلية وهذا مبدئياً يتحقق في الدوال الجيبية. إن شكل الحل يقترح التجربة التالية :

إذا وصلنا في الثقل قلم رصاص الشكل (1−2−3) ووضعنا تحته طبق من الورق عند ذلك سيرسم قلم الرصاص على طبق الورق المتحرك المنحني المبين على الشكل. إن هذا المنحني هو منحني جيبي (سيكون منحني جيبي أو تجيبي وذلك حسب وضع الثقل في اللحظة الزمنية $t = 0$) مضروباً بالسعة A. يتضح من العلاقة (1-2-3a) أن المشتق الثاني بالنسبة لـ x يساوي قيمة x وبإشارة معاكسة مضروباً بمعامل K/m , ويمتلك التابع الجيبي والتجيبي نفس هذه الخواص:

$$\frac{d^2}{dt}$$

$$\frac{d^2}{dt}$$

حيث: ω قيمة ثابتة. على هذه الصورة إن العلاقة (1-2-3a) وَ (1-2-3b) تناسب $x = \sin\omega t$ وكذلك $x = \cos\omega t$ إذا أُختير الثابت ωبصورة صحيحة. غير أنه من أجل التعميم لنحاول كتابة الحل$x(t)$بصورة عامة :

$$x$$

حيث a,bثوابت اختيارية. لنشتق هذه المعادلة مرتين :

$$\frac{dx}{dt} =$$

$\frac{d^2x}{dt^2} =$

$\frac{d^2x}{dt^2}$:

لنعوض قيم x و $\frac{d^2x}{dt^2}$ في العلاقة (1-2-3d) فنجد :

$- \omega^2(a \cos\omega t +$

$(\frac{K}{m} -$

على هذه الصورة إن الحل المفترض يصف معادلة الحركة عند أي زمن t إذا تحقق الشرط:

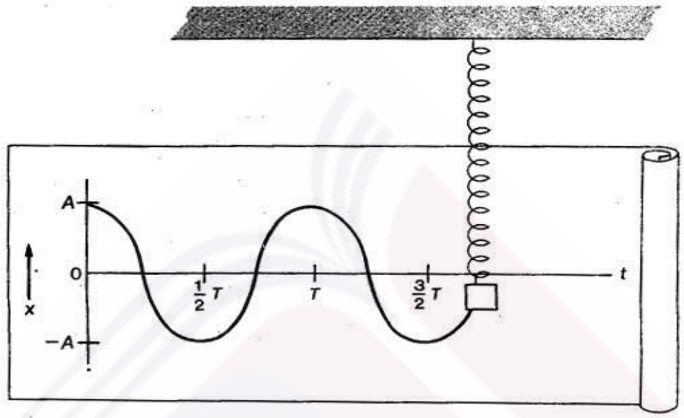
أو

$\frac{K}{m} = \omega^2$

على هذه الصورة يكون :

$x = a\cos\omega t$

وهي عبارة عن معادلة الحركة في تلك الحالة وفقط في تلك الحالة عندما تتحقق العلاقة(1-2-4).



الشكل (1-2-3) الخواصالجيبيةللحركةالتوافقيةوهنا $x=A\cos(\frac{2\pi t}{T})$

إن العلاقة (1-2-5) هي عبارة عن الحل العام والذي يحتوي على ثابتين اختيارين a و b. إن تعيين قيمة هذين الثابتين هو جزء من الحل ويتحقق من معرفة شروط البدء للحركة. على سبيل المثال إذا وضعنا الثقل في وضع الإزاحة العظمى أي : $x = A$وتركناه دون دفع, ستجري الحركة كتابع تجيبي. كما هو موضح على الشكل (1–2–3) بتبديل هذه الشروط في معادلة الحركة $a = A$و $b = 0$سنجد أن :

إذا افترضنا أن في اللحظة الزمنية $t = 0$أن الثقل يقع في النقطة $x = 0$وأعطيناه دفعة أي سرعة بدائية بالاتجاه الموجب لـ x , هذا يعني أن في العلاقة (1-2-5) يجب أن نضع $a = 0$ (حيث أن $x = 0$ عندما $t = 0$) أما b ستكون مساوية لـ A وعند ذلك العلاقة (1-2-5) تأخذ الشكل التالي :

يمكن أن يكون هناك حالات أخرى عندما تكون a وَ b لا يساويان الصفر على سبيل المثال عندما $t = 0$يسحب النابض إلى مسافة ما ومن ثم يدفع الثقل , أي قيمة x عندما $t = 0$أقل

من A , ولكن على أي حال الثوابت a و b يعينان معاً بثابتان معطيان على سبيل المثال في لحظة زمنية ما عُرفت السرعة والإزاحة.

إن المعادلة (1-2-5) باستخدام قوانين الرياضيات المثلثية يمكن كتابتها بالشكل التالي :

$$x = A\cos(\omega t$$

إن العلاقتين (1-2-5) و (1-2-6) متكافئتان:

$$\cos(\omega t +$$

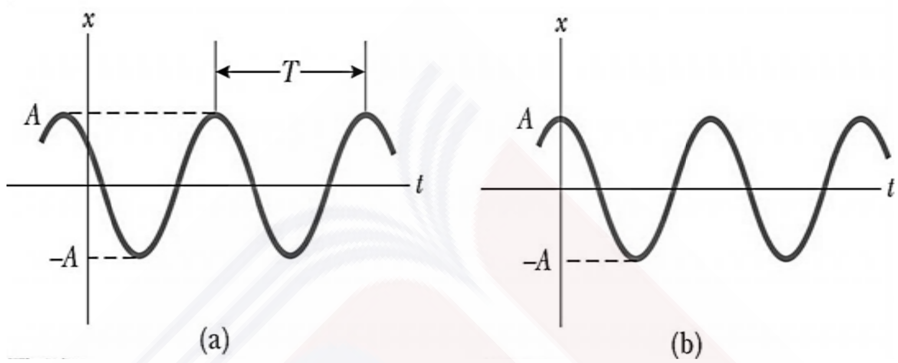
إن الثابتين A و Φ في العلاقة (1-2-5) يرتبطان بالثابتين a و b في العلاقة (1-2-6) وفق مايلي:

$$-A\sin$$

تمتلك العلاقة (1-2-6) تفسيراً فيزيائياً أسهل من العلاقة (1-2-5). كما هو واضح على الشكل ($1-2-4$) فالقيمة A هي عبارة عن السعة (وهي القيمة التي نصل إليها في اللحظة الزمنية عندما التجيب في العلاقة (1-2-6) يأخذ قيمة عظمى أي يساوي الواحد) ويمكن إيجاد هذين التابعين أيضاً من شروط البدء. إن قيمة Φتسمى بالطور البدائي phase constant والتي يبين التأخر أو التقدم بالوصول إلى القيمة العظمى للإزاحةA بالنسبة للزمن البدائي $t = 0$ أما المقدار $(\omega t + \Phi)$ فيسمى بطور الحركة phase of motion.وعندما $\Phi = 0$ سيكون $x = A\cos\omega t$كما هو موضح على الشكل ($1-2-4$) أما عندما $\Phi = -\frac{\pi}{2}$سيكون:

$$x =$$

أي أننا نمتلك تجيباً خالصاً.



الشكل (1−2−4). (a)−منحني الإزاحة x مع الزمن t لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة حركة A وزمن دوري T وثابت الطور ϕ. (b)−منحني الإزاحةx مع الزمنtفي حالة خاصة عندما $x = A$ وَ $\phi = 0$.

نلاحظ أن القيمة Φلاتؤثر على شكل المنحني $x(t)$وتؤثر فقط على موضعه في بعض اللحظات الزمنية الإختياريةt.

تمرين:

بفرض أن التمثيل البياني لجسم يتحرك بحركة توافقية بسيطة يوضح بالشكل (1) ويحقق المعادلة (6-2-1) عين موضع النقطة A في الحالات التالية :

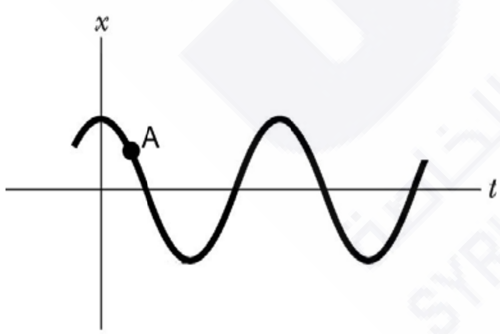
أ− الموضع والسرعة موجبان.

ب− الموضع والسرعة سالبان.

ج− الموضع موجب والسرعة سالبة.

د− الموضع سالب والسرعة معدومة.

هـ− الموضع سالب والسرعة موجبة.



الشكل (1)

على هذه الصورة تعتبر الاهتزازات التوافقية تعين كحركة ذات منحني جيبي صرف.

بما أن حركة الجسم المهتز تتكرر بدورٍ مساوٍ لـ T في اللحظة الزمنية $t = T$ يجب أن يقع الجسم في نفس النقطة ويتحرك في نفس الاتجاه كما هو في اللحظة الزمنية $t = 0$. وبما أن الجيب والتجيب هما تابعان يتغيران بدور قدره 2π راديان فمن العلاقة (1-2-6) نجد أن :

وبالتالي :

حيث f تواتر الاهتزاز ويقاس بالهرتز HZ(تسمى القيمة ω التواتر الزاوي للاهتزاز من أجل تفريقه عن التواتر f). إن العلاقة (1-2-6) يمكن إعادة كتابتها على الشكل التالي :

$x = A \cos ($

أو

$x = A \cos (2$

وطبقاً للعلاقة (1-2-4) يكون :

f

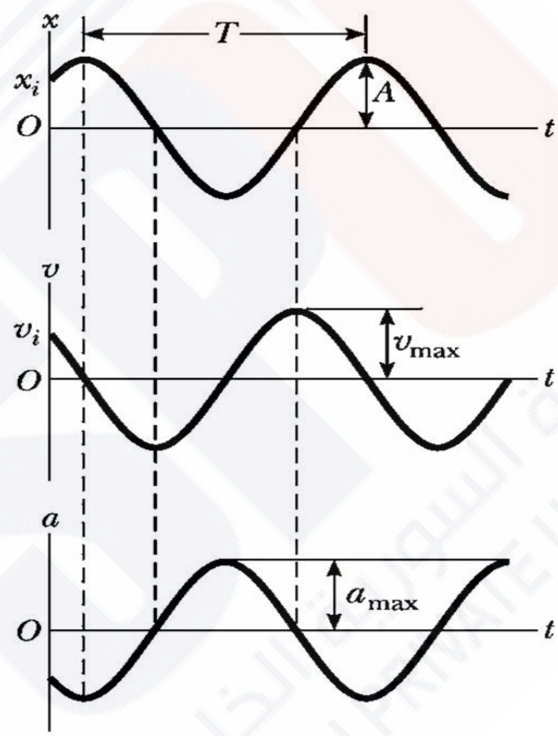
T

نلاحظ أن التواتر ودور الاهتزاز لا يتعلقان بالسعة . إن تغيير سعة اهتزاز الثقل على النابض لا يغير تواتر اهتزاز هذه الجملة . من العلاقة (1-2-8a) ينتج أنه كلما ازدادت كتلة الجسم المهتز قلّ التواتر وكلما ازداد ثابت صلابة النابض ازداد التواتر .

فيزيائياً : يرتبط بالكتلة الكبيرة عطالة كبيرة وتسارع أقل , أما النابض الصلد يولد قوة كبيرة وتسارع كبير باشتقاق العلاقة (6-2-1) نحصل على سرعة وتسارع الكتلة المهتزة :

$$\nu = \frac{dx}{dt} = -\omega A\ \mathrm{si}$$

$$a = \frac{d^2x}{d^2t} = \frac{d\nu}{dt} = -$$



الشكل (1−2−5) يبين الإزاحة x والسرعة $\frac{dx}{dt}$ والتسارع $\frac{d^2x}{dt^2}$ للمهتز التوافقي

عندما $\Phi = 0$

الجامعة السورية الخاصة SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

إن سرعة وتسارع المهتز التوافقي تتغير أيضاً بقانون جيبي. فعلى الشكل (1−2−5) تم إنشاء تابعية الإزاحة والسرعة وتسارع المهتز التوافقي للزمن في حالة $\Phi = 0$. نجد أن السرعة عظمى عندما :

عندما يمر الثقل في حالة التوازن في النقطة $x = 0$ ستساوي السرعة صفر في نقاط الإزاحة العظمى $x = \pm A$. وهذا يتوافق مع مناقشتنا للشكل (1−2−2) أما القيمة العظمى للتسارع :

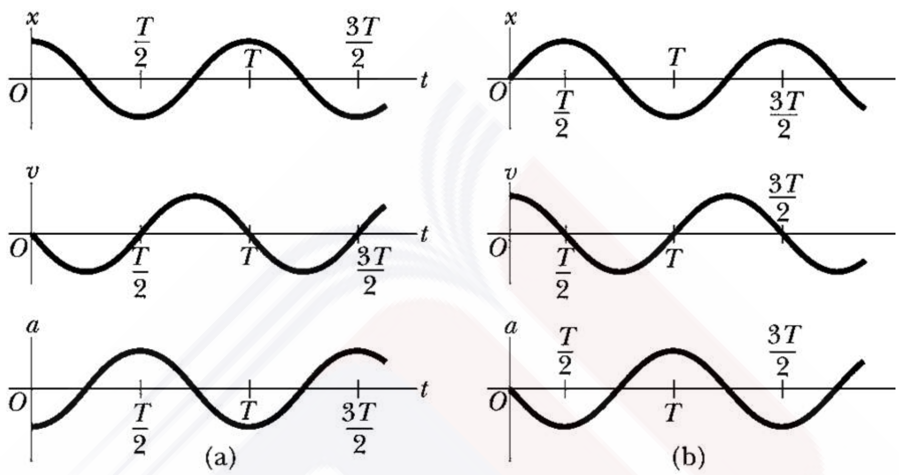
يطابق $x = \pm A$ وعندما $x = 0$ فالتسارع يساوي الصفر. وهذا ما كان متوقع حيث : $ma = f = -Kx$.

وفي الحالة العامة عندما $\Phi = 0$, فالثابتان A و Φ يمكن ربطهما مع القيم البدائية لكل من x و ν و a بتعويض $t = 0$ في العلاقات (1-2-6) و (1-2-9) و (1-2-10) :

$\nu_0 = \nu($

$a_0 = a(0$

إن علاقة الموضع والسرعة والتسارع مع الزمن تتعين كما شاهدنا سابقاً بالشكل (1−2−5) وهذه القيم تتعلق بالشروط البدائية فهي تعين طوراً بدائياً مختلفاً للحركة ولشكل الحل كما يبين الشكل (1−2−6) من أجل شروط ابتدائية مختلفة.



الشكل (1-2-6) شكل الحل الجيبي عند شروط ابتدائية مختلفة

مثال (1−2−1):

نعلق بنابض ما كتلة قدرها0,300kg فيستطيل النابض بمقدار 0,150m. نطبقاستطالة إضافية للنابض قدرها0,100m عن وضع توازنه ويترك. أحسب:

1−ثابت صلابة النابض K. 2− سعة الاهتزاز . 3− سرعته العظمى v_{max}. 4− تسارعه الأعظمي. 5− دوره T وتواتره f. 6− معادلة الحركة. 7− السرعة عندما $t = 0,150s$.

الحل :

1− بما أن النابض أستطال بمقدار 0,150m عندما علقنا كتلة قدرها0,300kgفمن العلاقة (1-2-1) نجد :

$$K = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} =$$

2− بما أن النابض أستطال بمقدار $0,100m$ وترك دون إعطاءه سرعة بدائية فإن $A =$.$0,100m$

3− طبقاً للعلاقة (1-2-9) نجد:

$$v_{max} = wA = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

4− بما أن $F = ma$ يكون التسارع أعظمياً في تلك النقاط التي تكون فيها القوة أعظمية أيضاً أي عندما $x = A = 0,100M$ وبالتالي :

$$a_{max} =$$

5− حسب العلاقتين (1-2-8a) و (1-2-8b) نحسب :

$$T = 2\pi$$

6− تبدأ الحركة من نقطة الإزاحة العظمى للأسفل. إذا وجهنا المحور x للأعلى يعني $x = -A$ عندما $t = 0$. وبالتالي يجب علينا اختيار تابع التجيب الذي يكون قيمته السالبة عظمى لما $t = 0$, إن هذا التابع هو تابع التجيب وبإشارة سالبة :

حيث أنه عندما $t = 0$ يكون : $x = -A\cos(0) = -A$

وبتبديل القيم بالأرقام نجد :

$$x$$

تقاس t هنا بالثواني , أما x بالمترات . نلاحظ أنه في العلاقة (1-2-6) يكون الطور البدائي في هذه الحالة مساوياً $\Phi = \pi$ راديان أو $180°$.

7− تحسب السرعة في أي لحظة زمنية t بالشكل التالي :

$$v = \frac{dx}{dt} = -A$$

وعندما $t = 0{,}150s$ نجد أن :

$$v = 0$$

في هذا القسم وجدنا حلاً تحليلياً عام للمعادلة التفاضلية أنظر (1-2-3b) والتي تصف الاهتزازات التوافقية.

لا تحل كافة المعادلات التفاضلية هكذا ببساطة. غير أنه نجد الشروط البدائية المعطاة فالحل يمكن أن نحصل عليه عن طريق التكاملات العددية. حتى أنه من أجل المعادلات البسيطة مثل (1-2-3d) فالحل العددي يعطي معلومات إضافية (انظر المسألة في نهاية هذا الفصل).

مثال (1−2−2):

يهتز جسم معلق بنابض حركة اهتزازية توافقية بسيطة على محور xفيتغير موضعه بالنسبة للزمن وفق المعادلة :

حيث يقدر الزمن بالثواني والطور الابتدائيبالراديان والمطلوب :

1− أوجد سعة الحركة والتردد والزمن الدوري.

2− أحسب السرعة والتسارع في اللحظةt.

3− من النتائج التي حصلت عليها في الطلب الثاني عين موضع الجسم وسرعته وتسارعه عند اللحظة $t = 2s$.

4− عين السرعة العظمى والتسارع الأعظمي.

5− احسب إزاحة الجسم بين $t = 0$ و $t = 2$.

الحل :

1− بمقارنة معادلة المتحرك مع المعادلة العامة $x = A\cos(\omega t + \Phi)$ نجد أن :

$A = 6{,}00\text{m}$والتردد الزاوي $\omega = \pi\ \text{rad/sec}$ومنه فإن التردد هو :

والدور هو : $T = 1/f = 2\text{sec}$.

2− لإيجاد السرعة v نقوم باشتقاق المعادلة بالنسبة للزمن ونحصل على المعادلة التالية :

$$v = \frac{dx}{dt}$$