

مثال (1-2-15):

يمكن أن نبين أن أي موجة وحيدة البعد تحقق المعادلة التالية:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = v^2$$

والتي تسمى المعادلة الموجية. حيث v : سرعة الموجة , القيمة $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$: هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للزمن عند قيمة ثابتة لـ x , أما $\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$ هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للموضع x بثبات t . هذان المشتقان يسميان جزئيان ويستخدمان لتوابع من متحولين أو أكثر, والمطلوب:

1- بيّن أن الموجة الجيبية (1-2-37d) تحقق المعادلة الموجية.

2- بيّن نفس الشيء للموجة بشكل عام (1-2-41).

الحل :

1- لنشتق المعادلة (1-2-37d) بالنسبة للزمن t مرتين :

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

المشتق الأول والثاني بالنسبة لـ x يكتبان على الشكل :

$$\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

لنقسم المشتق الثاني بالنسبة للزمن على المشتق الثاني بالنسبة للإحداثي x سنحصل :

$$\frac{\partial^2 D / \partial t^2}{\partial^2 D / \partial x^2}$$

ومن المعادلة (1-2-39) لدينا : $\omega^2/k^2 = v^2$, أي أن المعادلة (1-2-37) حقيقة تحقق المعادلة الموجية (1-2-43).

2- لنرمز للفرق $(x - vt)$ بـ z , عندئذ إذا كان $D = f(x - vt) = f(z)$ وباستخدام قاعدة الاشتقاق بتغيير المتحول نجد :

حيث أن $\partial z / \partial t = -v$ إضافة لذلك لدينا :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}$$

بالمطابقة :

بما أن $\partial z / \partial x = 1$ نكتب المشتق الثاني كمايلي :

وبما أن : $\partial^2 D / \partial t^2 = v^2 (\partial^2 f / \partial z^2)$ و $\partial^2 D / \partial x^2 = \partial^2 f / \partial z^2$ سنصل إلى المعادلة الموجية :

مثال (1-2-16):

تُعطى النهاية اليسرى لوتر مشدود بصورة أفقية حركة اهتزازية توافقية بسيطة بتواتر $f = 250\text{Hz}$ وسعة $2,6\text{cm}$ ، وقوة شد الوتر 140N ، أما الكثافة الخطية للوتر $\mu = 0,12\text{kg/m}$. عندما $t = 0$ ازاحت نهاية الوتر للأعلى بـ $1,6\text{cm}$ وتتحرك للأعلى. والمطلوب :

1- حساب طول الموجة المتشكلة.

2- كتابة المعادلة التي تصف الأمواج المتقدمة.

الحل :

1- سرعة الموجة تساوي :

$$v = \sqrt{F_T/\mu}$$

وعندئذ :

$$\lambda = v/f = (:$$

2- لنفرض أن النهاية اليسرى للوتر تمتلك الإحداثي $x = 0$ إن طور الموجة عندما $t = 0$ كما يقال ليس دائماً مساوٍ للصفر كما فرض في المعادلات (1-2-36) و (1-2-38) و (1-2-40).

الموجة المتحركة لليمين يمكن كتابتها على الشكل :

D

حيث Φ : الطور البدائي. وفي حالتنا السعة تساوي $D_M = 2,6\text{cm}$ أما عندما $t = 0$ و $x = 0$ يكون لدينا $D = 1,6\text{cm}$, وبالتالي :

ومن هنا نجد أن $\Phi = 0,66 \text{ rad} = 38^\circ$ إضافة لذلك وكما هو معروف أن :

العلاقة التالية من أجل إزاحة الأمواج المتقدمة : $\omega = 2\pi f = 1570 \text{ s}^{-1}$ و $k = 2\pi/\lambda = 45 \text{ m}^{-1}$. على هذه الصورة نحصل على

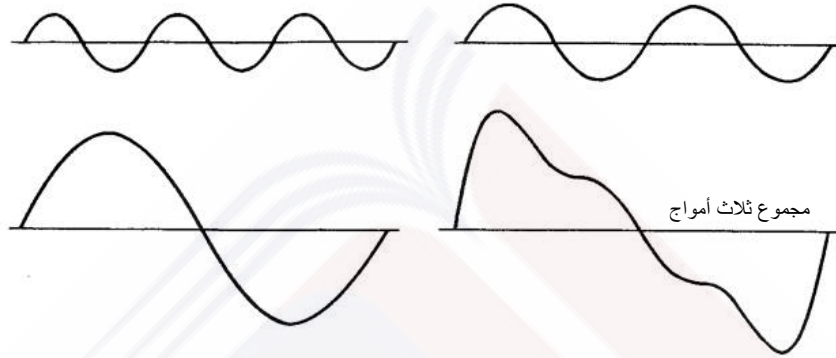
$D = 0,6$

حيث D : و x تقاسان بالمترات, أما t فتقاس بالثواني.

1-2-16 - مبدأ التتابع :The principle of superposition

تبين أنه عندما تعبر موجتان أو عدة موجات من خلال نفس المنطقة فالإزاحة الكلية من هذه النقطة تساوي المجموع المتجه لكل موجة من هذه الأمواج (أو المجموع الجبري). يسمى هذا المبدأ بمبدأ التتابع وهو محقق من أجل الأمواج الميكانيكية , ففي تلك الحالات عندما تكون الإزاحة صغيرة في الوسط المهتز تبقى محافظة على التابعية الخطية بين الإزاحة وقوة الإرجاع (من أجل الأمواج الكهرطيسية في الفراغ يكون مبدأ التتابع محققاً دائماً). إذا كانت سعة الموجة الميكانيكية كبيرة جداً بحيث تخرج الإزاحة خارج حدود منطقة التشوه المرن للوسط ويصبح قانون هوك غير محقق ويختل عندئذ مبدأ التتابع.

سندرس بصورة أساسية الأنظمة والتي يكون فيها مبدأ التتابع محققاً, إن إحدى نتائج مبدأ التتابع تبين أن الأمواج العابرة من خلال أي منطقة من الفراغ تتابع دون ارتباط الواحدة بالأخرى. فلو راقبنا كيف تعبر دائرتان ناتجتان عن حجرين ألقيا بنفس الوقت في الماء بعضهما بعضاً (أمواج ثنائية البعد). لنعتمد مبدأ التتابع على الشكل (1-2-36) ولنفسر الموجة الناتجة.



الشكل (1-2-36) مبدأ التوافق (موجة وحيدة البعد) الموجة المحصلة تتشكل من ثلاث أمواج جيبية مختلفة السعة والتواتر ($f_0, 2f_0, 3f_0$) السعة المحصلة للأمواج في أية نقطة من الفراغ وفي لحظة زمنية معينة تساوي المجموع الجبري لسعات هذه الأمواج

لدينا في هذه الحالة ثلاثة أمواج (في وتر مشدود) وبسعات وتواترات مختلفة. وفي أية لحظة زمنية، إن سعة الأمواج هي عبارة عن المجموع الجبري لسعات الأمواج في تلك النقطة وبنفس الزمن. لا يعتبر شكل الموجة المحصلة شكلاً جيبياً وتسمى الموجة بالمعقدة (أو المركبة). (ومن أجل التوضيح وضح على الشكل (1-2-36) السعات بمقياس مكبر).

يمكننا أن نبين أن أي شكل للموجة يمكن تمثيله على شكل مجموع أمواج جيبية مختلفة السعة وطول الموجة والتواتر ويعرف مثل هذا التمثيل بنظرية فورييه.

إن الموجة الدورية المركبة ذات الدور T يمكن تمثيلها على شكل مجموع أمواج جيبية ذات تواترات، بمضاعفات صحيحة $f=1/T$. وإذا كانت الموجة غير دورية يتحول المجموع إلى تكامل والذي يسمى تكامل فورييه. إن هذا يؤكد مرة إضافية أهمية دراسة الأمواج الجيبية والاهتزازات التوافقية، إن أي شكل موجي يمكن تمثيله على شكل مجموع أمواج جيبية.

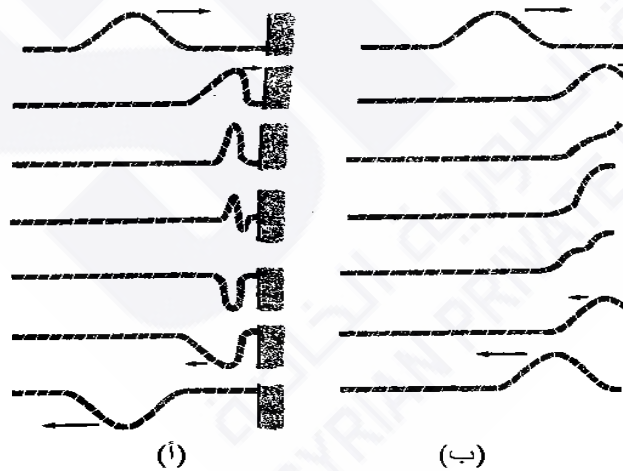
إذا كانت قوة الإرجاع لا تتناسب بدقة مع الإزاحة، عندئذ سرعة الموجة الميكانيكية الجيبية والمنتشرة في وسط ما، ستتعلق بتواترها. تسمى هذه الظاهرة بالثشتت (التغاير أو التباين). وعند

ذلك الأمواج الجيبية والتي تشكلت منها الموجة المركبة، تتحرك بسرعات مختلفة. ومن هنا ينتج أن شكل الموجة المركبة يتغير كلما عبرت من خلال وسط مشتمت.

إن شكل التابع الموجي في هذه الشروط لا يتغير ولكن يمكن أن يتأثر بالاحتكاك وقوى تبديد أخرى. إذا كان الوسط غير مشتمت ولا يوجد احتكاك هذا يعني أن الموجة وحيدة البعد والمركبة لا تحتوي على تشوه.

1-2-17- انعكاس الأمواج Reflected waves:

عندما ترد موجة على حاجز أو تصل إلى حافة وسط الانتشار ستنعكس (ولو بصورة جزئية). من الممكن أننا شاهدنا انعكاس الأمواج عن الصخر في البحر أو عن حواف حوض سباحة. ستسمع عند ذلك صوت الأمواج المنعكسة عن حاجزاً بعيداً. الشكل (1-2-37) يبين انعكاس النبضات الموجية المتقدمة في حبل. قم بهذه التجربة بنفسك وستأكد أن الموجة المنعكسة ستظهر إذا كانت نهاية الحبل مثبتة كما بالشكل (1-2-37أ) ، بينما لا تنشأ إذا كانت نهاية الحبل حرة.

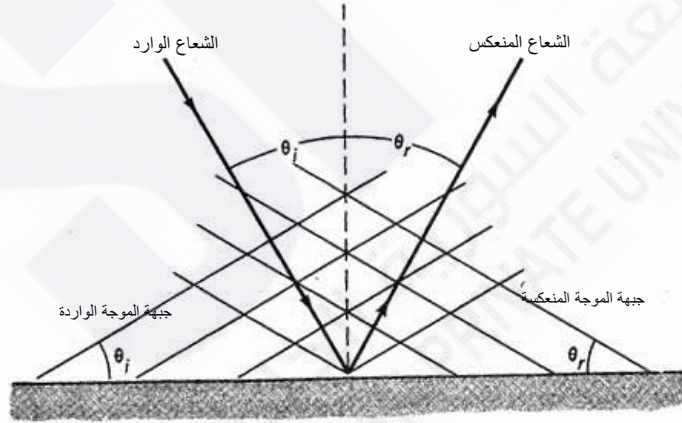


الشكل (1-2-37) انعكاس النبضات الموجية المنتشرة في سلك.

أ- سلك مثبت من نهايته , ب- سلك غير مثبت من نهايته.

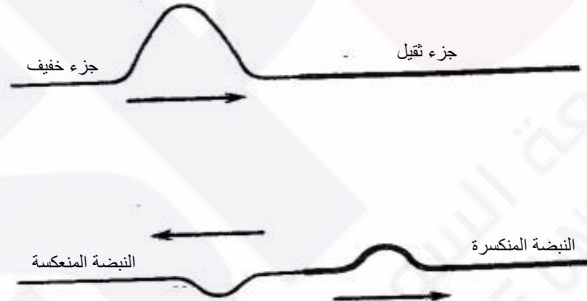
وفي الحالة عندما تكون نهاية الحبل مثبتة في قاعدة ما الشكل (1-2-37) سيصل النبض حتى النهاية المثبتة ويؤثر على القاعدة بقوة متجهة إلى الأعلى. وطبقاً لقانون نيوتن حول الفعل ورد الفعل سترد القاعدة على الحبل بقوة مساوية للقوة السابقة ولكنها تعاكسها بالاتجاه. إن هذه القوة المتجهة نحو الأسفل ستشكل نبضات منقلبة (مقلوبة). وعندئذ يقال أن الموجة المنعكسة تغير طورها بـ 180° . (إن انقلاب النبضة يوافق فقد نصف موجة $\lambda/2$ أو إزاحة الطور بـ 180° , والمكان الذي كان ذروة يصبح قعرًا وبالعكس). وعلى هذه الصورة إذا كانت نهاية الحبل مثبتة ستختلف الموجة المنعكسة عن الموجة الواردة بطور قدره 180° . يظهر الشكل (1-2-37) الحالة الثانية عندما نهاية الحبل تكون حرة والحبل غير مرتبط بقاعدة ولا مع حبل آخر.

لذلك عندما يصل إليه النبض الموجي فإن نهاية الحبل (تطير) تصبح إزاحة هذه النهاية أكبر منها مقارنة مع النبض في وسط الحبل. تشد النهاية الحرة كل الحبل ويفضل ذلك ينشأ نبضاً منعكساً غير منقلب (الطور لا يتغير).



الشكل (1-2-38) قانون الانعكاس

ومن أجل الأمواج ثنائية وثلاثية البعد كالأمواج على الماء من السهل إدخال مفهوم صدر الموجة. نعرف صدر الموجة بأنه الخط أو السطح الذي لكل نقاطه نفس الطور. إن الخط العمودي على صدر الموجة وبجهد انتشار الموجة يسمى شعاعاً. كما هو مبين على الشكل (1-2-38) , إن الزاوية التي يصنعها مع السطح العاكس للموجة الواردة تساوي الزاوية التي تصنعها الموجة المنعكسة وبكلمات أخرى تساوي زاوية الورود , وتعين زاوية الورود بالزاوية التي يصنعها الشعاع الوارد مع العمود على السطح (الزاوية بين صدر الموجة والمماس لها) وبنفس الطريقة تعين زاوية الانعكاس ولكن بالنسبة للشعاع المنعكس. عندما تصل النبضة الموجية على الشكل (1-2-37) إلى السطح لا تنعكس كل الطاقة. فجزءاً منها يعطى إلى السطح حيث أنه يتحول جزئياً إلى طاقة حرارية , أما الجزء الآخر فيتابع الانتشار على شكل أمواج في السطح. أي في المادة التي صنع منها السطح. من الممكن أن تفهم ذلك , إذا درسنا النبض المتقدم في الحبل والذي يتألف من جزئين : خفيف وثقيل. الشكل (1-2-39).



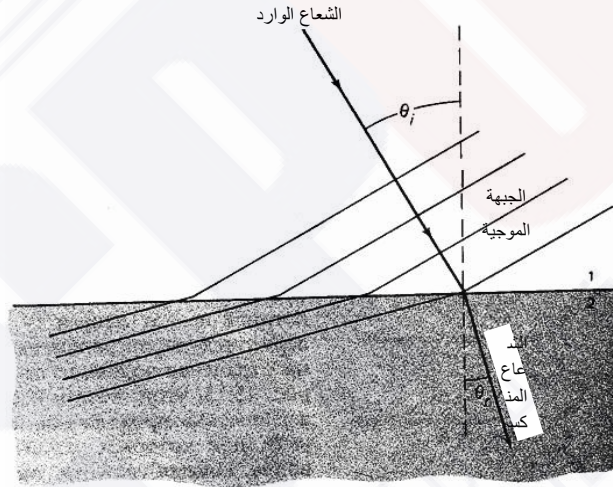
الشكل (1-2-39) عندما يصادف النبض الموجي في طريقه عدم تماثل فإنه جزئياً ينعكس والجزء الآخر يعبر.

عندما تصل الموجة إلى الحدود بين الأجزاء فإن جزءاً منها ينعكس والجزء الآخر يتابع عبوره كما هو مبين على الشكل (1-2-39). كلما كان الجزء الثاني من الحبل كبيراً (كثيف المادة) كلما تناقص مقدار الطاقة الموافقة للموجة العابرة , الجزء الكثيف أو الكبير يكون متجه للجدار وستكون طاقة الموجة العابرة صغيرة جداً. أما في حالة كون الكثافة الخطية للجزء الثاني أكبر

من الجزء الأولي تغير عندئذ النبضة المنعكسة طورها بـ 180° . إذا كانت الكثافة الخطية للجزء الثاني أقل هذا يعني أن طور النبضة المنعكسة لا يتغير.

1-2-18- الإنكسار Refraction:

عندما ترد الموجة على الحد الفاصل بين وسطين فإن جزء من طاقتها ينعكس أما الجزء الآخر فيمتص أو يعبر. إذا انتشرت موجة ثنائية أو ثلاثية البعد في نفس الوسط تعبر من خلال الحد الفاصل للوسط , حيث تختلف سرعتها عندئذ فإن الموجة العابرة يمكن أن تبدأ الحركة في اتجاه آخر يختلف عن الجهة الواردة. الشكل (1-2-40).



الشكل (1-2-40) انكسار الأمواج على الحد الفاصل بين وسطين

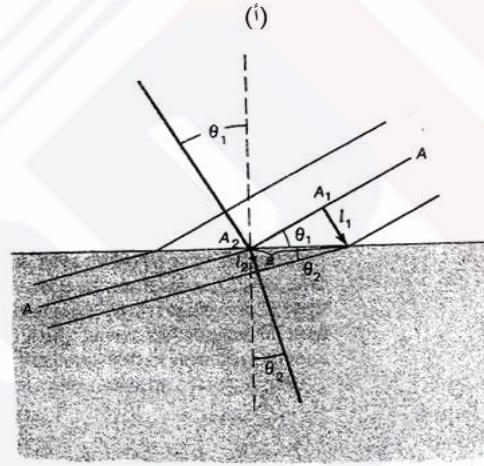
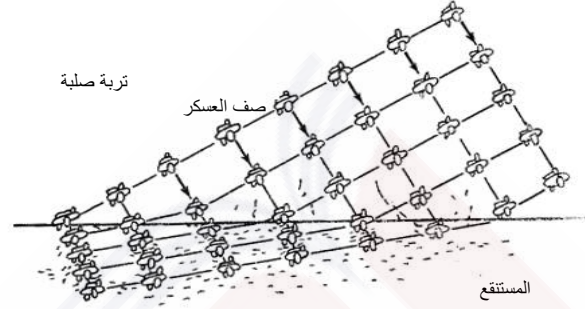
تسمى هذه الظاهرة بالانكسار (أو انكسار الأشعة) ومثال على ذلك الأمواج على الماء الضحلة (قليلة العمق) تقل سرعة الموجة وتجري عملية انكسار الأمواج. الشكل (1-2-41). فعلى الشكل (1-2-40) إن سرعة الموجة في الوسط 2 أقل من سرعتها في الوسط 1. وفي هذه الحالة يتغير اتجاه حركة الموجة حيث أنها تتحرك تقريباً بصورة عمودية على الحد الفاصل. وبكلمات أخرى زاوية الانكسار θ_r أقل من زاوية الورد θ_i . ومن أجل تفسير ما يحدث، لنصور أن كل صدر موجة هو رتل من الجنود الذين يسرون بصورة منتظمة.



الشكل (1-2-41) انكسار وانعكاس الأمواج على الماء - صورة مأخوذة من Air France في مختبر الكامبرج

يمثل صف الجنود المنتظم الحد بين التربة الصلبة (الوسط 1) والمستنقع (الوسط 2) بحيث أن سرعة حركتهم تقل بصورة طبيعية. الجنود الذين يصلون أولاً إلى المستنقع هم من يبدأ بتقليل خطواتهم بحيث يصبح صفهم منحنى كما هو مبين على الشكل (1-2-42).

لندرس صدر الموجة (أو صف جنود منتظم) والممثل على الشكل (1-2-42ب) بالحرف A وخلال نفس الزمن t تقطع النقطة A₁ المسافة $L_1 = v_1 t$ أما النقطة A₂ فتقطع المسافة $L_2 = v_2 t$.



(ب)

الشكل (1-2-42). أ- حركة صف الجنود المنتظم.

ب- من أجل استنتاج قانون انكسار الأمواج.

إن المثلثان المبينان على الشكل لهما وجه مشترك , رُمز لها بـ a . على هذه الصورة يكون لدينا :

$$\sin\theta_2 = L_2/a = v$$

بتقسيم العلاقتين بعضهما على بعض نجد :

$$\sin\theta_2/\sin\theta_1 =$$

حيث : θ_1 زاوية الورود (θ_i) ، و θ_2 زاوية الانكسار (θ_r). على هذه الصورة فالعلاقة (1-2-44) تربط بين زاوية الورود وزاوية الانكسار. لتتصور أن الموجة تنتشر بصورة معاكسة (جهة معاكسة) فإن مناقشتنا لا تتغير وإنما زاوية الورود والانكسار θ_1 و θ_2 تتبادلان الترتيب، أي تصبح الزاوية θ_2 زاوية الورود، أما θ_1 فتصبح زاوية الانكسار. واضح أنه إذا عبرت الموجة في وسط بحيث سرعتها في هذا الوسط أكبر من وسط الورود فتتكسر مبتعدة عن الناظم أي $\theta_r > \theta_i$. يتضح من العلاقة (1-2-44) أنه كلما ازدادت سرعة الموجة في الوسط كلما ازدادت زاوية الانكسار وبالعكس. تنكسر أمواج الزلازل في عمق الأرض عندما تنتشر في طبقات التربة ذات الكثافات المختلفة (أي بسرعات مختلفة) تنكسر الأمواج في الماء وكذلك الأمواج الضوئية.

مثال (1-2-17):

موجة زلزالية (P) تعبر من خلال الحد الفاصل بين ترينين بحيث أن سرعتها تزداد من 6,5m/s حتى 8,0m/s. أحسب زاوية الانكسار إذا كانت زاوية الورود على الحد الفاصل بين الترينين 30° ؟

الحل :

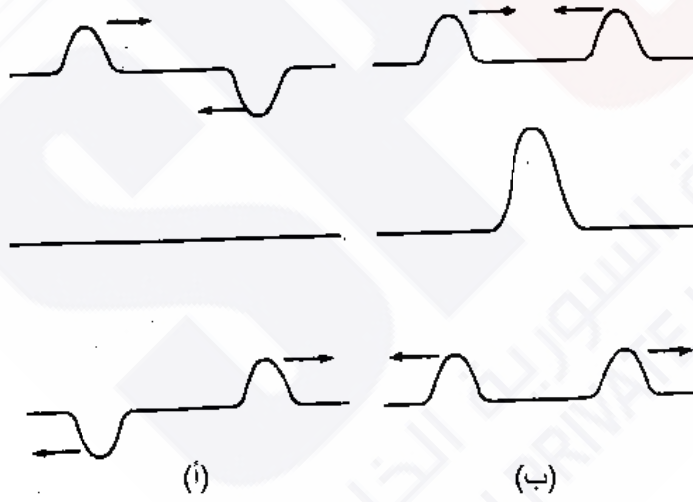
بما أن $\sin 30^\circ = 0,50$ تعطى العلاقة (1-2-44) مايلي :

$$\sin\theta_2$$

ومنه نجد : $\theta_2 = 38^\circ$.

1-2-19- التداخل The interference of waves

التداخل هو وصول موجتان وبنفس الوقت إلى منطقة واحدة وهو أحد الأمثلة التي يعمل عندها مبدأ التوافق (وهنا يجب أن نبين أنه من الضروري تحقيق شروط التداخل ألا وهي ترابط الأمواج المترابطة أي ثبات إزاحة الطور بين الموجتين في أية نقطة). لندرس كمثال موجتان تنتشران في حبل باتجاه بعضهما البعض كما هو مبين على الشكل (1-2-43). من الشكل (1-2-43) نجد أن كلا النبضتان لهما نفس السعة ولكن أحدهما يمثل الذروة أما الأخرى فتمثل القعر وعلى الشكل (1-2-43ب) كلا النبضتان تمثلان الذرى. ففي كلتا الحالتين تتلاقيان وتمر إلى الأمام كل واحدة لوحدها. غير أنه عندما تتقاطعان فالإزاحة المحصلة في كل نقطة تساوي المجموع الجبري لإزاحتها كل على حدة وهذا ينتج من مبدأ التوافق.



الشكل (1-2-43) نبضتان موجبتان تنتشران بصورة متلاقية الواحدة مع الأخرى - في المنطقة التي تتغى فيها الموجتان يحصل التداخل. أ- تداخل هدام , ب- تداخل بناء.

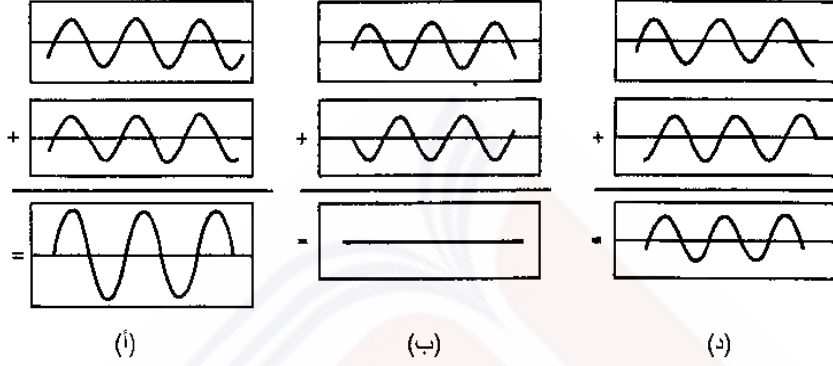
فعلى الشكل (1-2-43أ) تكون الإزاحة متجهة بصورة معاكسة لكل منهما وتكون المحصلة هي تداخل هدام أما الشكل (1-2-43ب) فيبين ما يسمى تداخلاً بناءً. إن الأمواج الدائرية المنتشرة عن حجران ملقيان في الماء بصورة متوافقة تتداخلان كما هو مبين على الشكل (1-2-44).



الشكل (1-2-44) تداخل الأمواج في الماء

في بعض الأماكن نهايات عظمى إحدى الموجات تتلاقى مع ذرى موجة أخرى (أما القعر فيلتقي مع القعر) ويحصل تداخلاً بناءً (تقوية) تهتز جزيئات الماء للأعلى وللأسفل وبسعات كبيرة وأكبر من كل موجة منفردة، وفي مناطق أخرى يجري تداخلاً هداماً والماء لا يتحرك على الإطلاق وهذا يحصل عندما تلتقي ذروة موجة مع قعر موجة أخرى.

ففي الحالة الأولى (عندما يكون التداخل بناءً) تكون الأمواج المتداخلة في طور واحد وعند التداخل الهدام ستقع في طورٍ معاكس أي أنهما يختلفان بنصف موجة أو بـ 180° . وبالأخذ بالحسبان اختلاف الطور ففي حالات كثيرة تبدو في مكان ما بين هاتان الحالتان الحديتان والتداخل عندئذ يسمى التداخل مع تخادم جزئي. إن كل الحالات الثلاث تم تفسيرها على الشكل (1-2-45) والذي بين تابعية السعة للزمن لنقطة معينة من الفراغ. وسندرس التداخل بالتفصيل في الكتاب الثاني حيث سندرس الأمواج الصوتية والضوئية.



الشكل (1-2-45) تداخل موجتان.

أ- بناءة , ب- هدامة , د- هدامة جزئياً (متخامدة جزئياً).

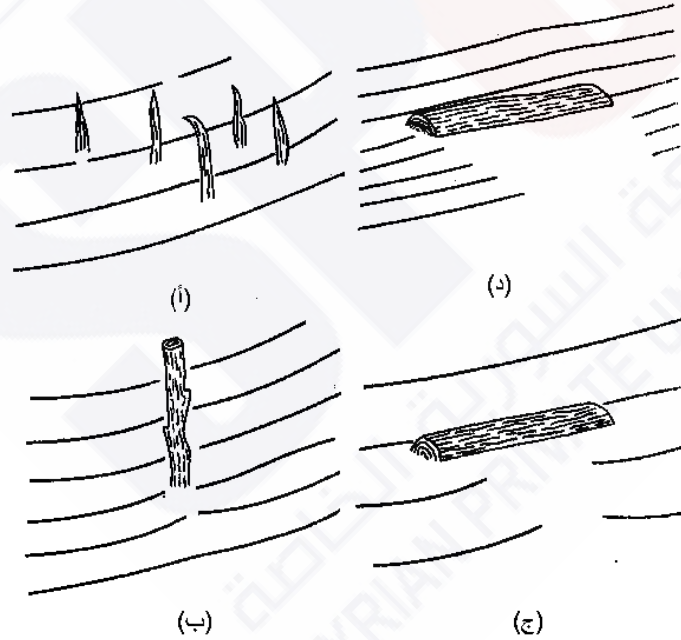
1-2-20- الانعراج (الانعطاف) Diffraction:

ظاهرة أخرى هامة مرتبطة بالحركة الموجية والتي تسمى الانعراج. هنا سنتكلم فقط عن نوعية الانعراج (أما الوصف الرياضي فسنعطيه عند دراسة الضوء) ونفهم من الحيود قدرة الموجات على الانعراج عندما يعترضها حاجز لتنتقل إلى منطقة خلفه وهو ما يفسر على الشكل (1-2-46) بالنسبة للأمواج على الماء.



الشكل (1-2-46) انعراج الأمواج

يتعلق الانعراج بالعلاقة بين طول الموجة وأبعاد الحاجز. وهذا يفسر على الشكل (1-2-2-47). إذا كان طول الموجة أكبر بكثير من أبعاد الحاجز (كمثال أوراق السُّعر على الشكل (1-2-2-47)) أي أن الموجة تعبر وكأنه لم يكن موجوداً (الأوراق). ومن أجل حواجز أضخم الشكل (1-2-2-47 ب، د) يوجد منطقة ظلام. غير أننا نلاحظ على الشكل (1-2-2-47 ج) حيث الحاجز نفسه كما على الشكل (1-2-2-47 ب) ولكن طول الموجة أكبر لذا سيكون انعراج الأمواج في منطقة الظلام أشد. وبالتالي يجب أن نتذكر القاعدة أن منطقة الظلام تكون كبيرة في تلك الحالة عندما يكون طول الموجة أصغر من أبعاد الحاجز. ومن الضروري أن نبين أن هذه القاعدة تنطبق على انعكاس الأمواج عن الحواجز. فعلى الشكل (1-2-2-47 أ، د) ينعكس جزء قليل من الموجة. ويكون الانعكاس ملحوظ فقط عندما طول الموجة أصغر من أبعاد الحاجز كما في الشكل (1-2-2-47 ب).



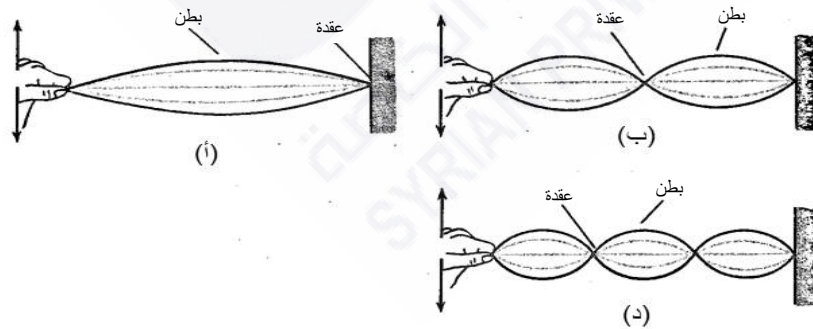
الشكل (1-2-47) الأمواج على الماء بوجود حواجز مختلفة الأبعاد. كلما ازداد طول الموجة مقارنة بأبعاد الحاجز، كلما وضح الانعراج في منطقة (الظلام). أ- أوراق السُّعر. ب- خشبة على سطح الماء (طول موجة صغير). ج- خشبة تطفو على وجه الماء (طول موجة كبير).

إن قدرة الأمواج على تخطي الحواجز ونقل الطاقة إلى منطقة تقع خلف الحواجز، تختلف عن جزيئات المادة التي تنقل الطاقة. لنذكر المثال، لو وقفنا خلف السياج، عند ذلك لا تخاطر بأن تضرب بكرة البيسبول المقذوفة من الجهة الأخرى، أما أصوات المشجعين والأصوات الأخرى ستكون مسموعة بالنسبة لك، حيث أن الأمواج الصوتية تتعرج خلف السياج، أما كما يقال تتعرج على حواف الحاجز. إن التداخل وكذلك الانعراج هي خواص الأمواج وليست خواص الجسم المادي. وبالمثل إن الإختلاف بين الطاقة المحمولة من الأمواج والطاقة المحمولة من جزيئات المادة هي من الأهمية لفهم طبيعة الضوء والمادة كما سنرى في الفصول التالية.

1-2-21- الأمواج المستقرة - التجاوب :

Standing waves , Resonance:

إذا هيجنا موجة في نهاية حبل، نهايته الأخرى مثبتة. هذا يؤدي إلى انتقال أمواج مستمرة إلى نهايته المثبتة ثم ينعكس الاهتزاز بالاتجاه المعاكس. لو تابعنا الهز فإنه سيتولد أمواج تنتشر في كلا الاتجاهين وبحيث نحقق تداخل الموجة الواردة مع المنعكسة. إذا كان تواتر الاهتزاز مختار بصورة صحيحة فإن تداخل الأمواج الواردة والمنعكسة سيؤدي إلى نشوء أمواج مستقرة لها ساعات كبيرة. الشكل (1-2-48). تسمى هذه الأمواج بالأمواج المستقرة لأنها تبدو غير متحركة. تسمى نقاط التداخل الهدام بالعقد ونقاط التداخل البناء بالبطون والتي لا تغير مواقعها. لا تنشأ الأمواج المستقرة عند تواتر واحد فقط بل يتم ذلك من أجل عدة تواترات تحقق شروطاً خاصة.

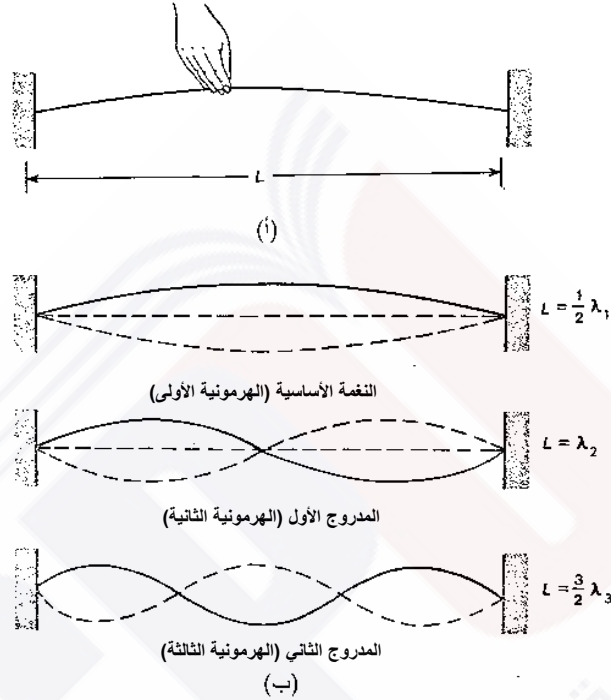


الشكل (1-2-48) الأمواج الواقفة والموافقة لثلاثة تواترات مرنانية

إن الأمواج المستقرة الموضحة على الشكل (1-2-48ب,د) تنشأ عند تواترات مساوية بدقة ضعف أو ثلاثة أضعاف التواتر الأقل وعندما يبقى شد الحبل نفسه دون تغيير. وإذا أصبح التواتر أكبر بأربع مرات من التواتر الأصغري هذا يعني أن الأمواج المستقرة ستمتلك أربعة بطون وهكذا. تسمى التواترات التي تنشأ عندها أمواجاً مستقرة بالتواترات الخاصة أو التواترات التجاوبية والصور المختلفة للاهتزاز موضحة على الشكل (1-2-48).

إن الأمواج المستقرة هي نتيجة لتداخل موجتين متحركتين بإتجاهين مختلفين. عندما يتشكل في الحبل أمواجاً مستقرة عند التواترات التي توافق تواترات مرناية , لا يتطلب عندئذ جهد كبير من أجل المحافظة على الاهتزاز بسعة كبيرة. على هذه الصورة تعود الأمواج المستقرة إلى نفس الظاهرة التي يحصل عند الاهتزاز التجاوبي للنقل المعلق بنابض أو نواس والمناقش في الفقرة السابقة. والاختلاف الوحيد أنه في النابض والنواس يوجد تواتر تجاوبي وحيد في حين في الحبل المشدود يوجد عدد من التواترات التجاوبية كل واحد منها مضاعف للتواتر الأصغري.

لندرس الآن وتر غيتار أو كمان والمشدود بين مسندين الشكل (1-2-49أ) عندما يشد الوتر ويترك لينجز اهتزازاً ينشأ فيه أمواجاً بتواترات مختلفة. إن الأمواج المتحركة في الوتر بكلا الاتجاهين تنعكس على النهايات وتغير اتجاه حركتها. إن أغلبية الأمواج المثارة تتداخل بعضها مع بعض عشوائياً وبسرعة تتخامد مع الزمن والموضع. ويبقى لفترة طويلة فقط تلك الأمواج التجاوبية للوتر. وعلى نهايتي الوتر حيث أنه من نهايته سيكون هناك عقد اهتزازية (وعلى الوتر يمكن أن يكون عقد أخرى).



الشكل (1-2-49) أ- إثارة الوتر. ب- إن الأمواج المستقرة فقط والموافقة للتواترات المرناية , تستطيع أن تتواجد لفترة طويلة.

إن بعض امكانيات النماذج الموجية (الأمواج المستقرة) موضحة على الشكل (1-2-49) ب). وبصورة عامة يقال أن الحركة الاهتزازية هي عبارة عن مجموعة من هذه النماذج التجاوبية المختلفة ولكن فقط بتلك التواترات الموافقة للتواترات التجاوبية. إن ايجاد التواتر التجاوبي معتمد غير أن طول الأمواج المستقرة مرتبط بطول الوتر L . إن التواتر الأخفض الموافق للنموذج الأساسي يوافق بطناً واحداً على الوتر وكما هو واضح من الشكل (1-2-48) ب), في هذه الحالة فإن طول الوتر L يساوي نصف طول الموجة أي أن $L = \lambda_1/2$ حيث : λ_1 طول موجة النموذج الأساسي. أما النموذج التالي للاهتزاز فيوافق بطنان ويسمى المدرج الثاني وفي هذه الحالة $L = \lambda_2$. ومن أجل المدرج الثالث والرابع سيكون لدينا على التتابع $L = (3/2)\lambda_3$ و $L = 2\lambda_4$ وهكذا....