سنستخدم مثل هذا التابع البياني بصورة دائمة , حيث أنه يبين بوضوح ماذا يحصل في الوسط. أعر الاهتمام أن التابعية على الشكل (1−2−31ب) تشبه تماماً الموجة العرضية.

إن العلاقة التي تعطي سرعة الموجة الطولية تشبه العلاقة (1-2-29) التي تعطي سرعة الموجة العرضية في الوتر. على الشكل التالي :

وبالتفصيل سرعة الموجة الطولية في قضيب طويل ومصمت تعطى بالعلاقة :

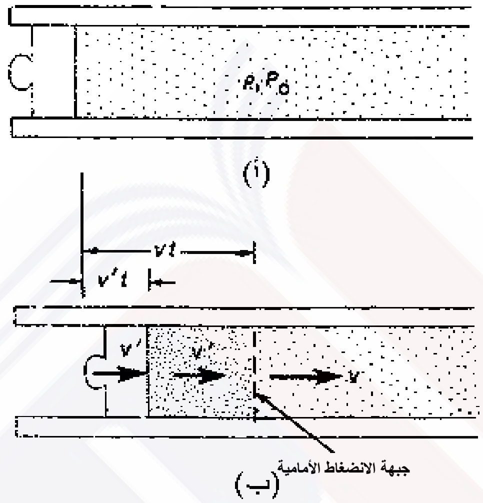
$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

حيث E : معامل المرونة للمادة , أما ρ : كثافة المادة. ومن أجل الأمواج الطولية في السوائل أو الغازات تعطى السرعة كمايلي :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

حيث B : معامل الانضغاط من كل الاتجاهات , أما ρ: الكثافة.

لنستنتج العلاقة (1-2-31) نفرض أنه لدينا اهتزاز موجي ينتشر في السائل (الغاز) في أسطوانة طويلة بحيث يمكن اعتبار الحركة ذات بعد واحد.بفرض الأنبوبة مملوءة بالسائل وتحقق الشرط التالي: عندما $t = 0$ تكون الكثافة ρ والضغط P_o ثابتان في كل الحجم. الشكل (1−2−32أ).



الشكل (1-2-32) تعيين سرعة انتشار موجة طويلة ذات بعد واحد
محصور في مكعب ضيق طويل

وفي اللحظة الزمنية $t = 0$ يبدأ المكبس من نهاية الأنبوبة بالتحرك إلى اليمين بسرعة $v`$, ضاغطاً أمامه الوسط , وخلال زمن قصير $t$ يقطع المكبس مسافة $v`t$.

إن الوسط المضغوط بالمكبس أيضاً يتحرك بسرعة $v`$ غير أن الجبهة الأمامية لمنطقة الانضغاط تتحرك بسرعة خاصة $v$ والتيينتشر فيها الانضغاط في الوسط المعطى وسنعتبر أن $v \gg v`$. إن الجهة الأمامية للانضغاط (والذي عندما $t = 0$ يتطابق مع سطح المكبس) وخلال الزمن t يعبر على نفس الصورة المسافة vt. كما في الشكل (1−2−32ب).لنفرض أن الضغط في منطقة الانضغاط يساوي $P_o + \Delta P$أي أنه أكبر بـ ΔPمن الوسط غير المثار. ومن أجل نقل المكبس إلى اليمين يجب أن نطبق قوة خارجية $(P_o + \Delta P)A$, حيث A: مساحة سطح المكبس أو الأنبوبة.

إن القوة المحصلة المؤثرة على الوسط في مكان الانضغاط يمكن كتابتها على الشكل:

(I

وبما أنه في الجهة اليمنى يكون الوسط غير مثار فتؤثر قوة P_oAعلى الجهة الأمامية لمنطقة الانضغاط. وبالتالي فإن اندفاع القوة المعطى للوسط المضغوط والمساوي لتغير اندفاعه يكتب على الشكل :

حيث $\rho A v t$: كتلة السائل الذي يُعطى سرعة `ν ومن هنا نجد :

ووفقاً للعلاقات السابقة فإن معامل الانضغاط من كل الاتجاهات B يُعطى بالعلاقة :

$$B$$

حيث $\Delta V/V_o$: التغير النسبي للحجم نتيجة الانضغاط.

الحجم البدائي للسائل المضغوط$V_o = A v t$أما تغير حجمه فيساوي :

على هذه الصورة نجد :

$$B = -$$

$$\nu = \sqrt{B/\rho}$$ وَ

إن العلاقة الأخيرة هي نفسها العلاقة (1-2-31). أما العلاقة (1-2-30) فنستنتجها بصورة مشابهة ولكن يجب إضافة أنه عند الانضغاط الطولي للقضيب فإنه يتمدد بسهولة.

مثال $(1-2-13)$:

يسمع ضجيج قطار يقترب من المحطة بوضع الأذن على السكة. ما هو زمن وصول الموجة الصوتية في سكة فولاذية عندما يكون القطار على مسافة 1,00km ؟

الحل :

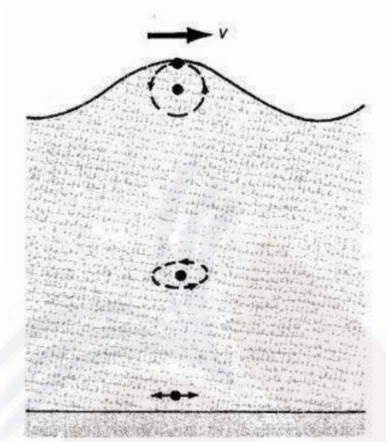
بالتعويض في المعادلة (1-2-30), قيمة معامل المرونة $= 2,0 \times 10^{11} \mathrm{N/m^2}$. وكثافة الفولاذ من الجدول $(1-1-1)$. نجد :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} =$$

$$t = \frac{\text{افة}}{\text{عة}}$$

عند الهزات الأرضية تلعب الأمواج دوراً في الاضطراب فتنتشر في طبقات القشرة الأرضية وهي أمواج عرضية تسمى الأمواج S وأمواج طولية وتسمى الأمواج P. وبشكل مماثل في أي جسم صلب يمكن ان يوجد أمواجاً طولية وعرضية , حيث أن الذرات والجزيئات يمكنها أن تهتز بالنسبة لوضع توازنها في أي اتجاه. غير أنه في السوائل والغازات يمكن أن تنتشر فقط أمواجاً طولية نظراً لكثافة ولزوجة هذه الأوساط, ففي الاتجاه العرضي لا تؤثر على الجزيئات قوة ارجاع. ومن هذه الخاصة استطاع الجيولوجيون الفيزيائيون (جيوفيزيائي) الاستنتاج بوجود النواة السائلة للأرض. حيث تبين في الاتجاه القطري للأرض يمر فقط أمواجاً طولية أما العرضية فلم تسجل على الأطلاق. إن التفسير الوحيد لهذه الظاهرة وجود نواة سائلة (مصهورة) في الأرض.

يوجد أيضاً أمواج من النوع الثالث والتي تسمى الأمواج السطحية والتي تنتشر على حواف وسطين. الأمواج على الماء – هي أحدى أمثلة الأمواج السطحية والموجودة بين حدود الماء والهواء. إذا كان طول الموجة أصغر من عمق الحوض عند ذلك كل جزيئة ماء على السطح تتحرك بشكل أهليلجي كما في الشكل $(1-2-33)$.



الشكل (1-2-33) الأمواج على سطح الماء – مثال على الأمواج السطحية
التي هي عبارة عن مجموعة من حركات الأمواج الطولية والعرضية

أي هي عبارة عن مجموعة اهتزازات في الاتجاه الطولي والعرضي. أما تحت السطح (قرب السطح) فإن حركة الجزيئات تكون أيضاً طولية وعرضية. ولكن عند القعر نراقب فقط حركة طولية. عند الهزات الأرضية تثار في القشرة الأرضية أيضاً أمواجاً سطحية وبالضبط هذه الاهتزازات تكون المسؤولة عن الدمار الذي تحدثه الهزات الأرضية. إن الأمواج التي تنتشر على طول خط مستقيم (مثل الأمواج العرضية في وتر ممطوط أو أمواج عرضية في قضيب صلب أو في أنبوبة مملوءة بالسائل أو الغاز) تسمى أمواج خطية أو أمواجاً وحيدة البعد. تعتبر الأمواج السطحية كما فيث الشكل (1–2–33) أمواجاً ثنائية البعد. وأخيراً الأمواج التي تنتشر من المنبع في كل الاتجاهات (على سبيل المثال الصوت الناتج عن مكبر صوتي أو الأمواج التي تثيرها الهزات الأرضية في طبقات الأرض) هي عبارة عن أمواج ثلاثية الأبعاد.

سنهتم بدراسة الأمواج وحيدة البعد لأنها الأسهل والأقرب لدراسة الحركة الموجية.

1–2–14– الطاقة التي تحملها الأمواج Energy carried by waves:

تحمل الأمواج الطاقة من مكان لآخر. وعندما تنتشر الأمواج في الوسط تعطى الطاقة على شكل طاقة اهتزازية من إحدى جزيئات الوسط إلى جزيئة أخرى. وفي الأمواج الجيبية ذات التواتر f فإن جزيئات الوسط تنجز اهتزازات توافقية بحيث أن كل جزيئة تمتلك طاقة:

حيث D_M : الإزاحة العظمى (سعة الاهتزاز) للجزيئات عن وضع التوازن في الاتجاه الطولي أو العرضي (أنظر المعادلة $(1-2-11)$حيث استبدلنا A بـ D_M). وبمساعدة المعادلة $(1-2-8a)$ يمكن التعبير عن k من خلال التواتر $k = 4\pi^2 m f^2$. على هذه الصورة يكون :

نعلم أن $m = \rho V$, حيث:ρ− كثافة الوسط , أما V− حجم الوسط. إضافة لذلك $V=AL$حيث: A− مساحة المقطع العرضي والذي خلاله تعبر الموجة , أما L− المسافة التي تعبرها الموجة خلال الزمن $L = vt$, t (هنا v− سرعة الموجة) على هذه الصورة :

وَ

$$E = 2\pi^2 \rho A v$$

إذا درسنا الجبهة الأمامية لموجة جيبية واردة على منطقة لم تحصل فيها الحركة الموجية بعد كما في الشكل (1−2−25) وإن الطاقة E في المعادلة (1-2-32) هي الطاقة الوسطى التي تحملها الموجة خلال حدود هذه المنطقة المدروسة وخلال الزمن t.

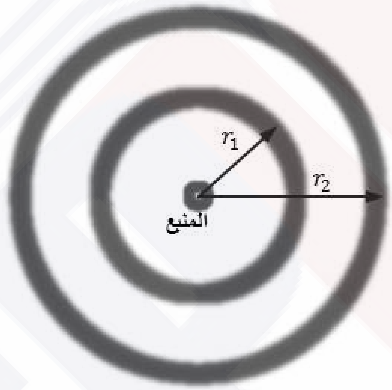
إن العلاقة (1-2-32) هي نتيجة هامة تبين أن الطاقة التي تحملها الموجة خلال واحدة الزمن هي عبارة عن الاستطاعة الوسطى $\overline{P}$:

$$\overline{P} = \frac{E}{t} = 2\pi$$

وأخيراً شدة الموجة I تتعين كوسطي الاستطاعة, المحمولة خلال وحدة المساحة من السطح العمودي على اتجاه تيار الطاقة :

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = 2\pi$$

تبين أن شدة الموجة تتناسب طرداً مع مربع السعة. إذا انتشرت الموجة من المنبع وبكل الاتجاهات (الأمثلة على هذه الأمواج نذكر: الأمواج الصوتية في الهواء وأمواج الهزات الأرضية والأمواج الضوئية) أي سنتعامل مع أمواج ثلاثية الأبعاد. وفي الأوساط متماثلة المناحي (أي الأوساط متماثلة الخواص في كل الاتجاهات) تمتلك مثل هذه الأمواج شكلاً كروياً وتسمى الأمواج الكروية الشكل (1−2−34).



الشكل (1-2-34) الموجة المنتشرة من المنبع لها شكل كروي بين ذروتين (أو انضغاطيين) والمدروسان على المسافتان r_1 و r_2 من المنبع

فكلما انتشرت الموجة عن المنبع ستتوسع وتأخذ مساحة أكبر وبما أن مساحة الكرة $4\pi r^2$ أي تتناسب مع مربع نصف القطر r. وبفضل مبدأ انخفاض الطاقة فمن العلاقة (1-2-32) أو (1-2-33) نجد أنه كلما ازدادت المساحة A فإن سعة الموجة D_M يجب أن تتناقص. ويقال بصورة أخرى عند مسافتان مختلفتان r_1 و r_2 عن المنبع الشكل (1−2−34) يكون: $A_1D_{M_1}^2 = A_2D_{M_2}^2$ حيث: D_{M_1} و D_{M_2} هما سعتا الموجة عند المسافتان r_1 و r_2 على الترتيب. وبما أن $A_1 = 4\pi r_1^2$ و $A_2 = 4\pi r_2^2$ يكون :

أو

على هذه الصورة فالسعة تتناسب عكساً مع المسافة عن المنبع , فإذا كانت المسافة أبعد بمرتين عن المنبع ستكون سعة الموجة هي النصف وهكذا (إذا لم نأخذ بعين الاعتبار التخامد الناتج عن الاحتكاك)وكذلك تهبط الشدة I أيضاً مع زيادة المسافة. وبما أن I تتناسب طرداً مع D_M^2 (انظر الشكل (1−2−30)). الشدة تتناسب عكساً مع مربع المسافة إلى المنبع. يعتبر قانون التربيع العكس صحيحاً للأمواج الضوئية والصوتية وأنواع أخرى من الأمواج. يمكن الوصول إلى هذا الاستنتاج بطريقة أخرى: لندرس نقطتان r_1 و r_2 بنفس الوقت. إذا كانت الاستطاعة عند خرج المنبع ثابتة , هذا يعني أن الشدة في النقطة r_1 تساوي: $I_1 = \overline{P}/4\pi r_1^2$أما الشدة في النقطة r_2 تساوي : $I_2 = \overline{P}/4\pi r_2^2$. على هذه الصورة سيكون :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r}{r}$$

مثال (1−2−14):

إذا كانت شدة موجة الزلزال P على مسافة 100km عن مركزه $1,0 \times 10^6 w/m^2$. ماهي شدة هذه الموجة على مسافة 400kmعن مركز الهزة الأرضية؟

الحل :

تتناقص الشدة متناسبةً عكساً مع مربع المسافة عن المنبع. وبالتالي على مسافة 400km ستساوي $(1/4)^2 = 1/16$ من الشدة المقاسة على مسافة 100km أي ستساوي $6,2 \times 10^4 w/m^2$. وعلى العكس يكون الأمر مع الأمواج وحيدة البعد (على سبيل المثال الأمواج العرضية في وتر مشدود أو الأمواج الطولية المنتشرة في قضيب معدني من نفس النوع). فهنا المساحة A لا تتغير ولذلك السعة D_M أيضاً تبقى ثابتة , على هذه الصورة فسعة الموجة وشدتها لا يتناقصان مع المسافة.

في الحالات التطبيقية الواقعية يوجد دائماً تخامد ناتج عن الاحتكاك وجزء من طاقة الاهتزاز تتحول إلى طاقة حرارية. لذلك فإن سعة وشدة الموجة وحيدة البعد تتناقص قليلاً عند ابتعادها

عن المنبع. وطبقاً لذلك فالأمواج ثلاثية البعد تتناقص سعتها أكثر مما وجدناه سابقاً وعادة هذا التخامد غير كبير.

1−2−15− الوصف الرياضي للأمواج المتقدمة:

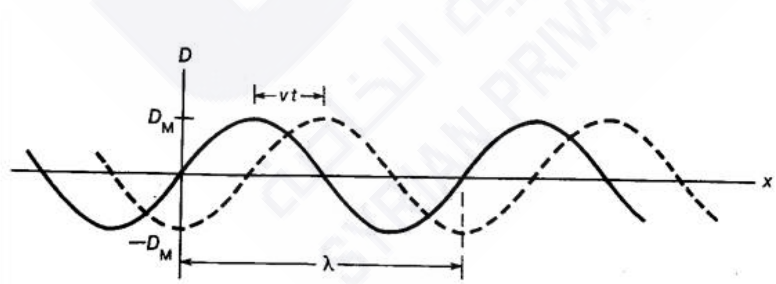
The mathematical description of the traveling wave:

لندرس موجة وحيدة البعد تنتشر على طول المحور x. يمكن أن تكون موجة عرضية منتشرة في وتر مشدود أو موجة طولية في قضيب صلب أو أنبوبة مملوءة بسائل أو غاز. سنعتبر أن الموجة جيبية طول موجتها λ أما تواترها فهو f. لنفرض أنه عندما $t = 0$ يعبر عن الموجة بالعلاقة :

$$D = D_M \sin($$

حيث: D− إزاحة الموجة في النقطة x , أما D_Mسعة الموجة (الازاحة العظمى). لقد تم توضيح هذه الموجة على الشكل (1−2−35) بخط غامق. تصف العلاقة (36-2-1) شكل الموجة التي تتكرر بدور يساوي طول الموجة (وهذا هو ما نريده) وبما أن الازاحة هي نفسها على سبيل المثال عندما $x = 0$ و $x = \lambda$ و $x = 2\lambda$ وهكذا....

(حيث أن $\sin 4\pi = \sin 2\pi = \sin 0$).لنفرض الآن أن الموجة تتحرك إلى اليمين بسرعة v. عندئذ خلال الزمن tكل جزء من الموجة (كل مظهر الموجة) ينزاح لليمين إلى مسافة vt وضُح على الشكل (1−2−35) بخط متقطع.



الشكل (1-2-35) الموجة المتقدمة – خلال الزمن t الشكل الموجي ينزاح مسافة vt

لندرس أية نقطة من الموجة عندما $t = 0$ ولنقل ذروة الموجة في النقطة x خلال الزمن t تقطع هذه الذروة مسافة νt , وستكون إحداثياتها الجديدة أكبر بـ νt عن السابقة. ولكي تصف معادلتنا نفس النقطة على مظهر الموجة , إن متحول الجيب يجب أن يبقى نفسه ولذلك في العلاقة (1-2-36) يجب أستبدالx بـ $x - \nu t$.

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right.$$

وبكلمات أخرى إذا تحركنا مع الذروة المختارة فإن متحول الجيب يبقى بالنسبة لنا ثابتاً (مساوي $\pi/2$ و $5\pi/2$ و .... الخ) وكلما ازدادت t يجب أن تزداد قيمة x وبنفس السرعة بحيث تبقى القيمة $(x - \nu t)$ ثابتة. تعطى العلاقة (1-2-37a) الوصف الرياضي للموجة الجيبية والمتحركة على طولالمحور x لليمين (في جهة ازدياد x). وهي تعين انزياح الموجة D في أي نقطة x وفي أي لحظة زمنية t. بما أن $\nu = \lambda f$ (انظر الشكل (1−2−24)) يمكن إعادة كتابة العلاقة (1-2-37a) بصورة أفضل :

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right.$$

حيث : $T = 1/f = \lambda/\nu$ الدور.

أو بالشكل التالي :

$$D = D_M \sin(kx -$$

حيث : $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$الزاويالتواتر. أما :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

تسمى القيمة k العدد الموجي. (يجب عدم الخلط بين العدد الموجي k مع ثابتة صلادة النابض k فهاتان القيمتان مختلفتان تماماً).

إن العلاقات الثلاثة (1-2-37a) و (1-2-37b) متكافئتان تماماً ومنهما العلاقة (1-2-37d) والتي تمتلك الشكل الأسهل ويمكن استخدامها بصورة دائمة.

إن القيمة $(kx - \omega t)$ والقيم الموافقة لها في العلاقتين الاخيرتين تسمى بطور الموجة. تسمى سرعة الموجة ν بالسرعة الطورية حيث أنها تصف إزاحة طور الموجة ويمكن كتابتها من خلال k :

$$\nu = \lambda f = (2\pi/k)$$

لندرس موجة تنتشر على طول المحور x لليسار (في جهة تناقص x) سنبدأ من جديد من العلاقة (1-2-36) ونلاحظ عند ذلك أن النقطة المختارة من الشكل الموجي وخلال الزمن t ستغير احداثياتها بمقدار $(-\nu t)$, وبالتالي في العلاقة (1-2-36) يجب تغير الاحداثي x بـ $(x + \nu t)$.

على هذه الصورة , إن إزاحة الموجة المتحركة لليسار وبسرعة ν تكتب على الشكل :

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x\right.$$

$$D = D_M \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right.$$

$$D = D_M \sin(kx +$$

وبكلمات أخرى في العلاقة (1-2-37) نغير (ν) بـ $(-\nu)$.

بدراسة دقيقة للعلاقة (1-2-40d) أو العلاقة (1-2-37d) وعندما $t = 0$ سيكون :

أي نفس الشكل الموجي الجيبي الذي انطلقنا منه. إذا نظرنا إلى الشكل الموجي في وقت متأخر وليكن t_o سنحصل على :

وبكلمات أخرى لو قمنا بتصوير الموجة عندما $t = t_o$ سنرى منحني جيبي بإزاحة طورية ωt_o. على هذه الصورة من أجل اللحظة الزمنية المعطاة $t = t_o$ تمتلك الموجة في الفراغ شكلاً جيبياً. غير أنه إذا درسنا نقطة محددة في الفراغ ولتكن $x = 0$ سنجد كيف تتغير الموجة مع الزمن :

(هنا استخدمنا العلاقة (1-2-40d)). وهذا يتطابق بدقة مع علاقة الاهتزاز التوافقية (أنظر المعادلة (1-2-40d)). عند أية نقطة معينة أخرى x ولتكن $x = x_o$ يكون للإزاحة الشكل:

ويختلف فقط بالإزاحة الطورية kx_o . على هذه الصورة في أية نقطة معينة من الفراغ إن إزاحة الموجة تنجز اهتزازة توافقية (هرمونية). إن المعادلتان (1-2-37) و (1-2-40) تجمع هاتان الخاصتان للحركة الموجية وتصف التوابع الموجية المتقدمة (والمسماة أيضاً الأمواج التوافقية).

لندرس الآن موجة (أو اندفاع موجي) له شكل اختياري. لنفرض أن شكل الموجة عندما $t = 0$ يصفه التابع : $D = f(x)$

حيث: $D-$ إزاحة الموجة في النقطة x. خلال الزمن t وإذا تحركت الموجة إلى اليمين على طول المحور x ستحافظ على نفس شكلها الأولي وستنزاح لليمين إلى مسافة νt حيث ν سرعة الموجة الطورية. وبالتالي يجب استبدال x بـ $(x - \nu t)$ وذلك من أجل الحصول على الإزاحة في اللحظة الزمنية t :

D = f(x -

وإذا تحركت نفس هذه الموجة إلى اليسار عندئذ يجب استبدال x بـ $(x + \nu t)$ وعندئذ :

D = f(x -

على هذه الصورة إن أي موجة تتحرك على طول المحور x يجب أن توصف بمعادلة من الشكل (1-2-41) أو (1-2-42) , حيث التابع f يعين شكل التابع الموجي.

مثال (1−2−15):

يمكن أن نبين أن أي موجة وحيدة البعد تحقق المعادلة التالية:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = v^2$$

والتي تسمى المعادلة الموجية.حيث v : سرعة الموجة , القيمة $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$: هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للزمن عند قيمة ثابتة لـ x , أما $\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$ هي المشتق الثاني لـ D بالنسبة للموضع x بثبات t. هذان المشتقان يسميان جزيئيان ويستخدمان لتوابع من متحولين أو أكثر, والمطلوب:

1− بيّن أن الموجة الجيبية (1-2-37d) تحقق المعادلة الموجية.

2− بيّن نفس الشيء للموجة بشكل عام (1-2-41).

الحل :

1− لنشتق المعادلة (1-2-37d) بالنسبة للزمن t مرتين :

المشتق الأول والثاني بالنسبة لـ x يكتبان على الشكل :