المحاضرة الرابعة

2.3)الاحتمال الشرطي والاستقلال العشوائي

1.2.3: مقدمة وتعريف:

إذا نظرنا إلى السماء في يوم من الأيام ووجدناها ملبدة بالغيوم، فهذا يعني أن احتمال هطول المطر أقوى مما لو وجدناها خالية من الغيوم. فإذا رمزنا لحادثة هطول المطر بـ A وحادثة كون السماء ملبدة بالغيوم بـ B فإننا نرمز لـ

$P(A/B)$ باحتمال A علماً بأن B قد وقعت أي احتمال هطول المطر علماً بأن السماء ملبدة بالغيوم ومِنْ ثَمَّ سيكون $P(A/B)$ أكبر من $P(A)$ وهو أكبر أيضاً من $P(A/B')$. وهذا المثال يوضح بأن هناك حوادث قد تكون على صلة بعضها ببعض، أي وقوع حادثة قد يؤثر زيادةً أو نقصاناً في احتمال وقوع حادثة أخرى ، ومن هنا تأتي أهمية الاحتمال الشرطي.

ولو وجدنا أن وقوع حادثة B لا يؤثر بزيادة أو نقصان في احتمال وقوع A أي: $P(A/B') = P(A)$، نستنتج بلا شك أن لا صلة للحادثتين بعضها ببعض من الناحية الاحتمالية، أو أنهما مستقلان احتمالياً.

ومِنْ ثَمَّ إذا كان لدينا (Ω, F, P) فضاءً احتمالياً ، وكان A, B حدثين من F ، وإذا علمنا أن $P(B) > 0$ فإننا نعرّف الاحتمال الشرطي لوقوع A علماً بأن B قد وقع بـ :

إذ نرمز أيضاً بـ $\left(P_B(A) = P(A/B)\right)$ ؛

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \;;\; P(B) > 0$$

وبالمثل:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad ; \quad P(A) > 0 \quad ; \quad \left(P_A(B) = P(B/A)\right)$$:حيث

نتائج:

1) إذا كان (Ω, F, P) فضاءً احتمالياً، فإنه بمعرفتنا بوقوع الحدث A يعني أننا سنتعامل مع الفضاء الاحتمالي الشرطي (Ω, F, P_A) .

2) P_A هو احتمال فعلي (يحقق التعريف الرياضي للاحتمال) ، فهذا يعني أن كل الخواص التي رأيناها في الجزء الأول للاحتمال صالحة في حالة الاحتمال الشرطي.

2.2.3: <u>قاعدة الاحتمال المركب:</u>

من تعريف الاحتمال الشرطي رأينا أن :

$$P_A(B) = P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \;;\; P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow\; P(A \cap B) = P(A).P(B/A) = P(B).P(A/B)$$

وهذه تدعى بقاعدة الاحتمال المركب.

ويمكننا ببساطة تعميم هذه القاعدة من $A_1, A_2, \ldots\ldots A_n$ متتالية من الأحداث:

$$P(\cap_{i=1}^{n} A_i) = \; P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1 \cap A_2)\ldots.P\left((A_n \middle| \cap_{i=1}^{n-1} A_i)\right)$$

مثال (12.3):

تم تصنيف 100 شخص حسب الجنس (ذكر أم أنثى) ووفقاً للإصابة بمرض معين (مصاب أو غير مصاب) وكانت النتيجة كالآتي:

المجموع	غير مصاب	مصاب	
40	30	10	ذكر
60	45	15	أنثى
100	75	25	المجموع

اختير عشوائياً شخصٌ من مجموعة الأشخاص والمطلوب :

1. احسب احتمال أن يكون الشخص مصاباً علماً بأنه كان ذكراً.
2. احسب احتمال أن يكون ذكراً علماً بأنه كان مصاباً بالمرض.

الحل:

ليكن A حادثة كون الشخص مصاباً بالمرض.

و B حادثة كون الشخص ذكراً.

1. الحادث المطلوب

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{|A\cap B|}{|B|}=\frac{10}{40}=0.25$$

2. الحادث المطلوب

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{|A\cap B|}{|A|} = \frac{10}{25} = 0.40$$

مثال(13.3):

رجل وزوجته بلغا من العمر نحو السبعين عاماً، وبلغ بهما المرض أشده، فإذا كان احتمال وفاة الرجل خلال عام هو 0.30 واحتمال وفاة المرأة خلال العام نفسه هو 0.45. فإذا حصل وفاة خلال العام، فما احتمال أن يكون المتوفى هو الرجل؟ وما احتمال أن يكون المتوفَّى هو المرأة؟

الحل:

لتكن A حادثة وفاة الرجل خلال العام.

و B حادثة وفاة المرأة خلال العام.

و C حادثة وفاة خلال العام.

1)

$$P(A/C) = \frac{P(A\cap C)}{P(C)} = \frac{P(A)}{P(A\cup B)}$$

$$= \frac{P(A)}{P(A)+P(B)-P(A\cap B)} = \frac{0.30}{0.30+0.45} = \frac{0.30}{0.75} = 0.4$$

2)

$$P(B/C) = \frac{P(B\cap C)}{P(C)} = \frac{P(B)}{P(C)} = \frac{0.45}{0.75} = 0.6$$

3.2.3 <u>تعريف التجزئة:</u>

ليكن (Ω, F, P) فضاءً احتمالياً، ولتكن $(A_i)_{i\geq1}$ متتالية من الحوادث كلها من F. نقول عن $(A_i)_{i\geq1}$ إنها تشكل تجزئة للحدث الأكيد Ω إذا حققت الشروط الآتية:

1) $\Omega = \cup_{i\geq1} A_i$

2) $\forall_{i,j} \geq 1 \quad ; \quad i \neq j \quad : \quad A_i \cap A_j = \emptyset$

1.3.2.3 <u>نتائج:</u>

1) إذا كانت الأحداث $(A_i)_{i\geq1}$ تشكل تجزئة للحدث الأكيد Ω ، فعندئذٍ (كون $(A_i)_{i\geq1}$ متنافية مثنى مثنى)

$P(\Omega) = P(\cup_{i\geq1} A_i) = \sum_{i\geq1} P(A_i) = 1$ وهذه تدعى بقاعدة الاحتمال الكلي.

2) إن أي تجزئة للحدث الأكيد Ω تؤدي إلى تجزئة لأي حدث متعلق بالتجزئة نفسها. فإذا كانت الأحداث $(A_i)_{i\geq1}$ تجزئة لـ Ω وكان B حدثاً متعلقاً بها فإن:

$$B = B \cap \Omega = B \cap (\cup_{i\geq1} A_i) = \cup_{i\geq1}(B \cap A_i)$$

وكون $(A_i)_{i\geq1}$ متنافية مثنى مثنى فإن الأجزاء منها $(B \cap A_i)_{i\geq1}$ تكون متنافية مثنى مثنى أيضاً ومنه:

$$P(B) = P[\cup_{i\geq1}(B \cap A_i)] = \sum_{i\geq1} P(B \cap A_i)$$

ومِنْ ثَمَّ $(B \cap A_i)_{i\geq1}$ تشكل تجزئة للحادث B المرتبط ب Ω.

2.3.2.3 دستور بايز:

لتكن $(A_i)_{i\geq 1}$ تجزئة ل Ω في الفضاء الاحتمالي (Ω, F, P) وليكن B حادثاً مرتبطاً بهذه التجربة. فإن دستور بايز ينص على:

$$P\left({A_i}/{B}\right) = \frac{P(A_i).P\left({B}/{A_i}\right)}{\sum_{i\geq 1} P(A_i).P\left({B}/{A_i}\right)} \quad \forall\ i = 1,2,3, \ldots$$

إن هذا الدستور يدعى بدستور بايز أو احتمال السبب ، أي إنه إذا وقع الحادث B فما هو احتمال أن يكون الجزء (A_i) (من التجزئة $(A_i)_{i\geq 1}$) هو السبب في وقوعه، ومِنْ ثَمَّ الأحداث $(A_i)_{i\geq 1}$ تؤدِّي دور العوامل المسببة لوقوع الحدث B وغيره من الأحداث المرتبطة بالتجزئة نفسها.

الإثبات من: (3.2.3) رأينا أن:(حسب قاعدة الاحتمال المركب)

$$P(B) = \sum_{i\geq 1} P(A_i \cap B) = \sum_{i\geq 1} P(A_i).P\left({B}/{A_i}\right)$$

ومن تعريف الاحتمال الشرطي نجد:

$$P\left({A_i}/{B}\right) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i).P\left({B}/{A_i}\right)}{\sum_{i\geq 1} P(A_i).P\left({B}/{A_i}\right)}$$

$$i = 1,2,\ldots..$$

مثال(14.3):

لدى شخص 500 جهاز إرسال تحوي 10 عاطلة عن العمل، بدأ يفحص الأجهزة، جهازاً فجهازاً، عين احتمال أن يجد الشخص ثلاثة أجهزة صالحة للعمل ثم يليها جهاز عاطل عن العمل.

الحل:

لتكن E_i حادثة الحصول على جهاز عاطل عن العمل

$i = 1, 2, 3, 4$ والحاث المطلوب $\acute{E}_1 \cap \acute{E}_2 \cap \acute{E}_3 \cap E_4$ فحسب قاعدة الاحتمال المركب:

$$P(\acute{E}_1 \cap \acute{E}_2 \cap \acute{E}_3 \cap E_4) = P(\acute{E}_1).P\left(\acute{E}_2 / \acute{E}_1\right).P\left(\acute{E}_3 / \acute{E}_1 \cap \acute{E}_2\right).P\left(E_4 / \acute{E}_1 \cap \acute{E}_2 \cap \acute{E}_3\right)$$

$$= \frac{490}{500} \times \frac{489}{499} \times \frac{488}{498} \times \frac{10}{497} = 0.019$$

مثال(15.3):

مصنع للأدوية فيه ثلاثة خطوط إنتاج ؛ إذ إنَّ الخط الأول A_1 يسهم بـ 30% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 1% معيب الصنع، والخط الثاني A_2 يسهم بـ 36% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 2% معيب الصنع، والخط الثالث A_3 يسهم بـ 34% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 2% معيب الصنع. تم اختيار عبوة من إنتاج المصنع عشوائياً.

والمطلوب:

1. احسب احتمال أن تكون العبوة المختارة معيبة الصنع.

2. إذا كانت العبوة المختارة معيبة الصنع فما احتمال أن تكون من إنتاج الخط الثالث؟

الحل:

ليكن B حادثة كون العبوة المختارة معيبة الصنع.

ويمكننا وصف التجربة بالمخطط الآتي:

الخط	A_1	A_2	A_3
مساهمة الإنتاج	$P(A_1)=0.30$	$P(A_2)=0.36$	$P(A_3)=0.34$
إذا كان B حادثة كون العبوة المختارة معيبة الصنع.			
نسبة معيبة الصنع	$P\left({}^{B}/_{A_1}\right)=0.01$	$P\left({}^{B}/_{A_2}\right)=0.02$	$P\left({}^{B}/_{A_3}\right)=0.02$

يلحظ أن A_1, A_2, A_3 تشكل تجزئة ل Ω (فضاء العينة) لأنه

$$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=0.30+0.36+0.34=1$$

1) الحادث المطلوب $P(B)$:

$$P(B)=P(A_1).P\left({}^{B}/_{A_1}\right)+P(A_2).P\left({}^{B}/_{A_2}\right)+P(A_3).P\left({}^{B}/_{A_3}\right)$$

$$=(0.30).(0.01)+(0.36).(0.02)+(0.34).(0.02)=0.017$$

2) هنا لدينا قانون بايز (احتمال السبب)

أي إذا وقع B فما هو احتمال أن يكون الخط الثالث هو السبب في وقوعه.

$$P\left({A_3}/{B}\right)=\frac{P(A_3).P\left({B}/{A_3}\right)}{P(B)}=\frac{(0.34).(0.02)}{0.017}=\frac{0.0068}{0.017}=0.40$$

مثال(17.3):

في مجتمع من البالغين تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري 0.08 ، واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض، علماً أنه مريض بالفعل هو 0.95 واحتمال أن يقرر إصابته علماً أنه غير مصاب هو 0.02 ، ما احتمال أن يكون شخص بالغ مريضاً بالسكري علماً بأن الطبيب أبلغه ذلك؟

الحل:

هنا نتعرف أولاً حوادث التجزئة ، أي الأسباب وهي الإصابة أو عدم الإصابة بمرض السكري ولدينا هنا

$$\mathrm{P(B)}=0.08\ \ ;\ \ \mathrm{P}(\acute{\mathrm{B}})=1-\mathrm{P(B)}=0.92$$

وليكن الحادث A أن الطبيب شخص الإصابة بالمرض، عندئذٍ لدينا من فرضيات الدراسة:

$$\mathrm{P}\left({\mathrm{A}}/{\mathrm{B}}\right)=0.95\ ;\ \ \mathrm{P}\left({\mathrm{A}}/{\acute{\mathrm{B}}}\right)=0.02$$

والحادث المطلوب: ${B}/{A}$ (حالة قانون بايز)

$$P\left(B/_{A}\right) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{P(B).P\left(A/_{B}\right)}{P(B).P\left(A/_{B}\right)+P(\acute{B}).P\left(A/_{\acute{B}}\right)}$$

$$= \frac{(0.08).(0.95)}{(0.08).(0.95)+(0.92).(0.02)} = \frac{0.076}{0.0944} = 0.81$$

3.3 تعريف الاستقلال العشوائي:

ليكن (Ω, F, P) فضاء احتمالياً:

1) لتكن A, B من F، نقول إن الحادثين A, B أنهما مستقلان عشوائياً إذا كانا يحققان الشرط الآتي: $P(A\cap B) = P(A).P(B)$

2) إذا الأحداث A_1, A_2, A_3 من F. فإننا نقول عن هذه الأحداث مستقلة عشوائياً إذا كانت تحقق الشرطين الآتيين:

1- الأحداث A_1, A_2, A_3 مستقلة مثنى مثنى.

2- $P(A_1\cap A_2\cap A_3) = P(A_1).P(A_2).P(A_3)$

3) نقول عن متتالية من الأحداث $A_1, A_2 .... A_n$ من F إنها مستقلة عشوائياً إذا كانت تحقق الشرطين الآتيين:

1- كل متتالية جزئية منها من المرتبة (n-1) تكون مستقلة عشوائياً.

2- $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$

1.3.3 نتائج:

1) من تعريف الاستقلال ينتج أن: $P(B/A) = P(B) \quad ; \quad P(A/B) = P(A)$

أي إن استقلال حادثين يعني أنه إذا وقع أحدهما فليس له أي علاقة بوقوع أو عدم وقوع الآخر. ويمكن تعميم ذلك.

2) إذا كان $A \cap B = \emptyset$ (حدثان متنافيان)، فلكي يكونا مستقلين يجب أن يتحقق:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) \Rightarrow P(A).P(B)$$
$$= 0 \Rightarrow P(A) = 0 \vee P(B) = 0$$

أي يجب أن يكون أحدهما على الأقل حادثاً مستحيلاً.

مثال (18.3): في دراسة لمرضى الرئة، أجري فحص لمجموعة مؤلفة من 10000 شخص أعمارهم فوق ال 60 عاماً، ومن بينهم يوجد 3300 شخص لديهم اختلاطات رئوية، ولقد وجد من المجموعة 4000 شخص من مدمني التدخين، ومن بين المدخنين يوجد 1800 شخص لديهم اختلاطات رئوية، والمطلوب: هل التدخين والاختلاطات الرئوية حادثتان مستقلتان؟

الحل:

لتكن A حادثة اختيار شخص عشوائياً وكان مدمناً التدخين.

ولتكن B حادثة اختيار شخص عشوائياً وكان لديه اختلاطات رئوية، عندئذٍ:

$$P(A) = \frac{4000}{10000} = 0.4$$

$$P(B) = \frac{3300}{10000} = 0.33$$

$$P(A \cap B) = \frac{1800}{10000} = 0.18$$

$$P(A).P(B) = (0.4).(0.33) = 0.132 \neq 0.18 = P(A \cap B)$$

وبالتالي A و B غير مستقلّين عشوائياً.

أي التدخين والاختلاطات الرئوية حادثتان غير مستقلتين.

2.3.3 خواص الاستقلال العشوائي:

ليكن (Ω, F, P) فضاء احتمالياً.

1- الأحداث المستقلة عن نفسها هي الأحداث شبه المستحيلة والأحداث شبه الأكيدة فقط.

2- إن Ω, $\emptyset$ حادثان مستقلان عن أي حدث A من F حيث $0 < P(A) < 1$.

3- إذا كانت الأحداث A, B من F مستقلة عشوائياً فإن A, B' تكون مستقلة عشوائياً و A', B مستقلة عشوائياً و A' ، B' تكون مستقلة عشوائياً.

4- إذا كانت الأحداث $A_1, A_2, \dots . A_n$ من F مستقلة عشوائياً فإن الحوادث المتممة لها $\acute{A}_1, \acute{A}_2, \dots . \acute{A}_n$ تكون مستقلة عشوائياً أيضاً.

5- من أجل A, B حدثين من F ويحققان الشرط الآتي:

$P\left({}^{B}/_{A}\right) = P\left({}^{B}/_{\acute{A}}\right)$ عندئذٍ يكون A, B مستقلين عشوائياً.

6- إذا كانت الأحداث $A_1, A_2, \dots . A_n$ مستقلة عشوائياً فعندئذٍ لحساب $P(\cup_{i=1}^{n} A_i)$ يصبح هذا سهلاً إذا استفدنا من الخاصة (4) حيث:

$$P(\cup_{i=1}^{n} A_i) = 1 - P\left(\cap_{i=1}^{n} \acute{A}_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P\left(\acute{A}_i\right)$$

مثال(19.3):

إذا كان احتمال أن يعيش رجل 10 سنوات أخرى هو $\frac{1}{4}$ ، واحتمال أن تعيش زوجته 10 سنوات أخرى هو $\frac{1}{3}$ ، والمطلوب:

1) احسب احتمال أن يعيش الاثنان 10 سنوات أخرى.

2) احسب احتمال أن يعيش أحدهما على الأقل 10 سنوات أخرى.

3) احسب احتمال أن يتوفى الاثنان خلال ال 10 سنوات الأخرى.

4) احسب احتمال أن تعيش الزوجة فقط 10 سنوات أخرى.

الحل:

ليكن A حادث أن يعيش الزوج 10سنوات أخرى.

و B حادث أن تعيش الزوجة 10 سنوات أخرى.

1) (لأن الحادثتين A, B مستقلان عشوائياً):

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

2) $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$$

(3 $$P(\acute{A} \cap \acute{B}) = 1 - P[(\acute{A} \cap \acute{B})] = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(4 $$P(\acute{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

مثال(20.3):

يمكن لمؤشر داوجونز في بورصة نيويورك أن يزداد أو ينخفض يومياً. فإذا كان احتمال الزيادة (0.50) في اليوم، فخلال أربعة أيام عين احتمال أن يزداد مرة على الأقل، علماً بأن الزيادة أو النقصان هي حوادث مستقلة.

الحل:

ليكن E_i حادثة أن يزداد المؤشر في اليوم i ، حيث $i = 1, 2, 3, 4$ والحادث المطلوب $\cup_{i=1}^{4} E_i$:

$$P(\cup_{i=1}^{4} E_i) = 1 - P(\cap_{i-1}^{4} \acute{E}_i) = 1 - P(\prod_{i=1}^{4} P(E_i)) = 1 - (0.50)^4 = 0.938$$

4.3: تمارين غير محلولة:

1) عين عدة فضاء العينة في تجربة دراسة توزع الإناث لدى أسرة تملك خمسة أطفال؟

2) عين عدة فضاء العينة وفضاء العينة في تجربة إلقاء أربع قطع نقود متوازنة؟

3) لدى أسرة أربعة أطفال. عين احتمال أن يكون لدى الأسرة:

أ- ذكران على الأقل.

ب- أنثى على الأكثر.

ت- ثلاثة ذكور وأنثى.

ث- ثلاثة ذكور أو أربع إناث.

4) ثلاث آلات M_1, M_2, M_3 تنتج 40%, 35%, 25% من إنتاج مصنع على الترتيب، ولنفترض أن 2%, 4%, 5% من إنتاج هذه الآلات سيِّيء الصنع على الترتيب أيضاً. اخترنا سلعة من إنتاج هذا المصنع فكانت سيئة الصنع ، عين احتمال كون السلعة من إنتاج الآلة M_1.

5) يحوي كيس 7 كبسولات دواء سوداء، 5 كبسولات بيضاء. سحب عشوائياً 5 كبسولات، والمطلوب: احسب احتمال الحصول على كبسولتين بيضاء اللون ضمن الكبسولات المسحوبة.

6) كيس يحوي 10 بذور، 4 منها تنتج زهوراً صفراء ، و 4 أخرى تنتج زهوراً حمراء و 2 منها تنتج زهوراً بيضاء. سحبنا عشوائياً من هذا الكيس ثلاث بذور عشوائياً. فما احتمال أن تنتج هذه البذور زهوراً من نفس اللون؟

7) تم تصنيف مجموعة من الأشخاص حسب عيار السكر بالدم عندهم وحسب درجة ارتفاع الضغط الشرياني لديهم ووفق الجدول الآتي:

المجموع	عيار السكر بالدم			
	عالٍ	متوسط	عادي	
35	20	10	5	ضغط عالٍ
65	5	25	35	ضغط عادي
100	25	35	40	المجموع

تم اختيار شخص عشوائياً من بين هذه المجموعة ، والمطلوب:

أ- إذا كان الشخص الذي تم اختياره ذا ضغط عالٍ فما احتمال أن يكون عيار السكر بالدم لديه متوسطاً؟

ب- ما احتمال أن يكون الشخص الذي تم اختياره ذا ضغط عالٍ.

ت- إذا كان الشخص الذي تم اختياره ذا عيار عالٍ للسكر بالدم، فما احتمال أن يكون ضغطه عادياً؟

8) مصنع لأجهزة قياس ضغط الدم فيه 4 خطوط إنتاج. فإذا كان الخط الأول يسهم بإنتاج 25% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 2% معيب الصنع ، وكان الخط الثاني يسهم بإنتاج 15% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 1% معيب الصنع ، وكان الخط الثالث يسهم بإنتاج 35% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 3% معيب الصنع، وكان الخط الرابع يسهم بإنتاج 25% من إنتاج المصنع ومن ضمن إنتاجه 4% معيب الصنع، تم اختيار جهاز من إنتاج المصنع. والمطلوب:

أ- ما احتمال أن يكون الجهاز الذي تم اختياره معيب الصنع؟

ب- إذا كان الجهاز الذي تم اختياره معيب الصنع فما احتمال أن يكون

a. من إنتاج الخط الثاني؟

b. من إنتاج الخط الرابع؟

9) في مجتمع مدينة معينة، تبلغ نسبة الإصابة بمرض معين 0.10 واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض، علماً أنه مريض بالفعل هو 0.90 واحتمال أن يقرر إصابته علماً أنه غير مصاب هو 0.04. ما احتمال

أن يكون شخص من هذا المجتمع مصاباً بالمرض المذكور علماً بأن الطبيب أبلغه ذلك؟