

المحاضرة الخامسة عشرة

3.3.5 : اختبار تساوي النسب في المجتمعات:

إن اختبار الاستقلال يمكن تطبيقه أيضاً في اختبارات فرضية تساوي النسب أو تساوي وسطاء مجتمعات برنولية، فإذا كانت لدينا K عينة عشوائية ذات حجوم n_1, n_2, \dots, n_k مسحوبة من K مجتمعاً لكل منها التوزيع البرنولي بوسطاء P_1, P_2, \dots, P_k ، وأردنا اختبار صحة الفرضية: $H_0: P_1 = P_2 = \dots = P_k$ مقابل الفرضية البديلة: النسب غير متساوية H_1 .

فإننا نقوم بتصنيف المشاهدات في جدول يحوي $2 \times K$ خلية، حيث يتضمن هذا الجدول K عموداً وهو عدد العينات المسحوبة بينما هناك سطران إحدهما يحتوي على عدد مرات النجاح الموافقة لكل عينة ويحتوي السطر الآخر على عدد مرات الفشل الموافقة لكل عينة كما في الجدول الآتي:

النتائج	العينات							المجموع
	1	2	...	j	K-1	K	
عدد مرات النجاح	y_1	y_2	...	y_j	y_{K-1}	y_K	$\sum_{j=1}^K y_j$
عدد مرات الفشل	$n_1 - y_1$	$n_2 - y_2$...	$n_j - y_j$	$n_{K-1} - y_{K-1}$	$n_K - y_K$	$n - \sum_{i=1}^K y_j$
المجموع	n_1	n_2	...	n_j	n_{K-1}	n_K	n

ثم نقوم بحساب التكرار المتوقع في كل خلية كما فعلنا سابقاً ، ومن بعد نحسب قيمة إحصائية الاختبار تحت صحة H_0 :

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

وعند مستوى المعنوية α ودرجة الحرية

$$\gamma = (r - 1)(c - 1) = (2 - 1)(K - 1) = K - 1$$

ومن جدول كاي_مربع نحسب القيمة النظرية لإحصائية الاختبار $\chi^2_{1-\alpha}(\gamma)$.
ثم نقارن χ^2_0 مع $\chi^2_{1-\alpha}(\gamma)$ لاتخاذ القرار المناسب بقبول الفرضية H_0 أو رفضها.

مثال (5 - 21):

في دراسة تهدف لمقارنة نسب الشفاء لمرضى الحمى الراشحة وذلك بإتباع ثلاث طرق مختلفة بالعلاج A, B, C. حيث كان لدينا جدول المشاهدات الآتية:

النتائج	طرق العلاج			المجموع السطري
	A	B	C	
عدم شفاء	70	55	45	$\sum_{i=1}^3 y_i = 170$
شفاء	870	890	905	$n - \sum_{i=1}^3 y_i = 2665$
المجموع العمودي	$n_1 = 940$	$n_2 = 945$	$n_3 = 950$	$n = 2833$

والمطلوب : عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ اختبار الفرضية التالية :

" إن نسب المرضى الذين لم يتم شفاؤهم متساوية "

الحل: هنا سنختبر:

$H_0: [p_1 = p_2 = p_3]$ مقابل الفرضية: [النسب الثلاث غير متساوية]: H_1 .

حيث p_3, p_2, p_1 تمثل القيم الحقيقية لنسب الذين لم يتم شفاؤهم بإتباع طرق العلاج A ، B ، C على الترتيب.

ومن أجل ذلك نعين أولاً جدول التكرارات المتوقعة المرافق لجدول التكرارات المشاهدة المفروض حيث:

$$E_{ij} = \frac{O_{i.} \times O_{.j}}{n} ; \quad i = 1, 2 ; \quad j = 1, 2, 3$$

وينتج لدينا:

النتائج	طرق العلاج		
	A	B	C
عدم الشفاء	56	57	57
شفاء	884	888	893

ثم نحسب القيمة التجريبية لإحصائية الاختبار تحت صحة H_0 :

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = \frac{(70-56)^2}{56} + \dots + \frac{(905-893)^2}{893} = 6.484$$

وعند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ ودرجة الحرية

$$\gamma = (r - 1)(c - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$$

نحسب القيمة النظرية لإحصائية الاختبار $\chi_{1-\alpha}^2(2) = 5.99$ وبالمقارنة مع $\chi_0^2 = 6.484$ نجد أن $\chi_0^2 > \chi_{1-\alpha}^2(2)$ ومنه نرفض H_0

ونقبل H_1 أي هناك فروق في نسب الشفاء بالنسبة لطرق العلاج الثلاث.

4.5: تمارين غير محلولة (للقسم العملي):

(1) إذا كان متوسط أوزان 48 بيضة مسحوبة من الفوج A من الدجاج البيّاض هو 50 G بانحراف معياري 10 G، ومتوسط أوزان 60 بيضة مسحوبة من الفوج B من الدجاج البيّاض هو 54 G بانحراف معياري 8 G. هل هناك فرق بين متوسطين الوزن لمجمعتي الفوجين من الدجاج البيّاض A ، B وعند مستوى المعنوية 0.05.

(2) اختيرت عشوائياً مجموعتان من المصابين بمرض معين: $n_1 = 12$ ، وطبقت عليهما طريقتان مختلفتان في العلاج، وفي نهاية استخدام الدواء، أُجري لهما اختبار مخبري، فكان متوسط التحسن في المجموعة الثانية 81 وبانحراف معياري 5. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة للفرق الحقيقي بين متوسطي التحسن في مجتمعي الدراسة بفرض أن المجتمعات المدروسة موزعة طبيعياً... وماذا تستنتج؟

(3) أجرى طبيب التجربة الآتية: أخذ عينتين من الأطفال، أعطي العينة الأولى معجوناً للأسنان A ممزوجاً بالفلور، وأعطى العينة الثانية معجوناً للأسنان B لا يحوي على فلور، وبعد ثلاث سنوات من استخدام المعجونين A ، B، وبهدف دراسة تآكل الأسنان وجد النتائج الآتية:

العينة (1) A	$n_1 = 260$	$\bar{X} = 9.78$	$S_1 = 7.15$	μ_1
العينة (2) B	$n_2 = 289$	$\bar{Y} = 12.18$	$S_2 = 8.31$	μ_2

والمطلوب : فهل تقودنا هذه النتائج إلى القول بأفضلية أحد المعجونين عن الآخر بتقليص تآكل الأسنان بمستوى 99% من الثقة.

4 طبقت طريقتان (1) و(2) لمعالجة مرضى انحلال الدم عند الأطفال، فأخذنا عينتين من المرضى، طبقت على الأولى الطريقة (1) وطبقت على الثانية الطريقة (2) فإذا كان حجم العينة (1): $n_1 = 50$ مريضاً شفي منهم 18 وحجم العينة الثانية: $n_2 = 40$ شفي منهم 12. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين نسبتي الذين تم شفاؤهم، وماذا تستنتج؟

5 تبين سجلات مشفى أن 60 رجلاً من 1000 رجل يقابلهم 35 امرأة من أصل 1000 امرأة، ممن كانوا يعانون مرض السكري . هل تقدم هذه النتائج دلالة كافية على أن نسبة الإصابة بمرض السكري أكبر عند الرجال وذلك عند مستوى الدلالة الإحصائية 0.05 .

6 أجريت دراسة تأثير المارجوانا كمخدر ومدى علاقتها بسوء التكيف الاجتماعي والجدول الآتي يعرض لنا النتائج التي تم التوصل إليها من عينة عشوائية مكونة من 100 شخص يدخنون المارجوانا، وقد صنفت عناصر هذه العينة من حيث درجة التدخين وعدم التكيف الاجتماعي كما في الجدول الآتي:

	درجة تدخين المارجوانا			المجموع السطري
	ضعيف	وسط	شديد	
أرق	10	5	7	22
عدوانية	11	7	18	36
ذهان مؤقت	6	11	7	24
لا توجد أمراض ظاهرة	10	6	2	18
المجموع العمودي	37	29	34	100

والمطلوب: اختبار الفرضية الآتية عند مستوى الأهمية $\alpha = 0.05$

" لا تأثير لمستوى تعاطي المارجوانا في مدى الخلل في التكيف الاجتماعي ".
(7) يمثل الجدول الآتي أوضاع 280 مدخناً ومصنفة حسب درجة إيمانهم من جهة وإصابتهم بالضغط الشرياني من جهة أخرى:

المجموع	غير مدخن	مدخن وسط	مدخن بكثرة	
87	21	36	30	مصاب بالضغط الشرياني
193	148	26	19	غير مصاب بالضغط الشرياني
280	169	62	49	المجموع

والمطلوب: اختبار الفرضية التالية عند مستوى الأهمية $\alpha = 0.05$

" لاعلاقة بين درجة التدخين وارتفاع الضغط الشرياني ".

(8) أجريت دراسة على عينتين من المواليد لمعايرة كمية التيروكسين في الدم إحداهما من الذكور والأخرى من الإناث وكان لدينا النتائج الآتية:

عينة الذكور	$n_1 = 49$	$\bar{X} = 9.8$	$S_1 = 3.10$	μ_1
عينة الإناث	$n_2 = 33$	$\bar{Y} = 9.75$	$S_2 = 2.32$	μ_2

والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين متوسطي كمية التيروكسين بالدم عند الذكور وعند الإناث، وفسر الناتج.

(9) طبقت طريقتان مختلفتان A, B لمعالجة مرض حمى السحايا عند الأطفال ، ومن أجل ذلك تم أخذ عينتين من المرضى، طبقت على العينة الأولى الطريقة

A وطبقت على العينة الثانية الطريقة B. فإذا كان حجم العينة الأولى 60 تم شفاء 25 مريضاً منهم، وكان حجم العينة الثانية 50 تم شفاء 20 مريضاً منهم. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين نسبتي من يتم شفاؤهم باتباع الطريقة A والطريقة B. وماذا تستنتج؟

10 لاختبار فعالية مصل جديد لمعالجة السرطان، تم اختيار 9 فئران مصابة بهذا المرض وفي مرحلة متقدمة منه، وتم علاج 5 منها بهذا المصل فقط وترك الباقي تحت المراقبة حتى الوفاة. فإذا كانت مدد بقائها على قيد الحياة بالسنوات منذ بدء المعالجة هي كالآتي:

مع المعالجة	2.1	5.1	1.4	4.6	0.9
دون معالجة	1.9	0.5	2.8	3.1	

فهل يمكن القول إن العلاج فعال بمستوى 0.05 من الأهمية. علماً بأن مجتمعي الفئران طبيعيّ وبتباينات متساوية.

11 يمثل الجدول الآتي النتائج التي حصل عليها طبيب بملاحظة مجموعة من الأشخاص أعمارهم من جهة وإصابتهم بمرض معين من جهة أخرى

الحالة المرضية	فئات العمر		
	أطفال	شباب	كهول
مصاب بالمرض	40	16	12
غير مصاب	72	44	30

هل تدل هذه النتائج على وجود علاقة بين العمر والإصابة بهذا المرض وبمستوى $\alpha = 0.01$ من المعنوية؟

(12) يمثل الجدول الآتي عدد الحوادث التي تعرض لها 500 سائق وفئات أعمارهم التي تتراوح ما بين 18 و 50 عاماً، خلال عام واحد في مدينة معينة.

والمطلوب: عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$ يراد اختبار الفرضية الآتية " عدد الحوادث مستقلة عن عمر السائق".

فئات العمر عدد الحوادث	[18- 25]	[26-40]	[41-50]	حيث (n = 500)
0	75	120	105	
1	50	60	40	
2	25	20	5	

(13) يعتقد أن حياة مريض يعالج من مرض الفشل الكلوي الحاد تتبع التوزيع الأسّي الآتي بالوسيط $\lambda = 0.05$ سنة، تم دراسة عينة من 50 مريضاً بهذا المرض وكانت النتائج كالآتي:

مدة حياة المريض	[0,1[[1,2[[2,3[[3,→[
التكرار المشاهد	21	16	9	4

والمطلوب: هل تقبل صحة الادعاء عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ ؟

